

Приложение 3

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

Саратовский государственный аграрный университет

имени Н. И. Вавилова

**ТЕХНИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ
ОБОРУДОВАНИЯ ПИЩЕВЫХ И ПЕРЕРАБАТЫВАЮЩИХ
ПРЕДПРИЯТИЙ**

краткий курс лекций

Часть 2

для студентов 2 курса

3,4 семестр

Направление подготовки

**35.03.07 «Технология производства и переработки
сельскохозяйственной продукции»**

Профиль подготовки

Технологии пищевых производств в АПК

Саратов 2018

УДК 539.3/.6(075,8)

ББК 30.121.73

С 64

- С64 Технические основы проектирования оборудования пищевых и перерабатывающих предприятий: краткий курс лекций для студентов 2 курса направления подготовки 35.03.08 «Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции». Часть 2. / Сост.: А.В. Анисимов // ФГБОУ ВО «Саратовский ГАУ». – Саратов, 2018. – 128 с.

УДК 539.3/.6(075,8)

ББК 30.121.73

© Анисимов А.В., 2018

© ФГБОУ ВПО «Саратовский ГАУ», 2018

Введение.

Основную часть производственных процессов современной хозяйственной деятельности человека выполняют машины – механические устройства, служащие для преобразования энергии, материалов или информации.

Машиностроение – ключевая отрасль экономики, в значительной степени определяющая производительность труда, качество продукции, темпы и уровень технического прогресса и обороноспособность страны.

Для грамотного понимания принципа работы технологического оборудования по переработке растительного сырья, его эксплуатации, модернизации и ремонта служит дисциплина «Технические основы проектирования оборудования пищевых и перерабатывающих предприятий».

Краткий курс лекций позволяет студентам познакомиться с законами и методами анализа механического движения материальных тел и возникающих при этом механических взаимодействий между ними; с инженерными расчетами на прочность, жесткость и устойчивость элементов конструкций и их систем при силовых и температурных взаимодействиях; с принципами составления технических заданий на проектирование и модернизацию оборудования.

В курс лекций включены основные разделы «Технические основы проектирования оборудования пищевых и перерабатывающих предприятий»: «Теоретическая механика», «Сопротивление материалов» и «Детали машин».

Курс лекций ориентирован на формирование общетехнической подготовки студента, как основы для творческого изучения и квалифицированной эксплуатации технических средств производственных процессов, используемых для производства растениеводческой продукции.

Лекция 1

СИЛЫ. СИСТЕМА СИЛ

1.1. Понятия и определения. Аксиомы статики

Теоретическая механика – это наука, изучающая взаимодействие материальных тел и их поведение в результате этого взаимодействия.

Принято различать два основных состояния материальных тел: покой и движение.

Состояние покоя – сохранение каждой точкой тела своего положения в выбранной системе координат с течением времени.

Состояние движения – изменение каждой точкой тела своего положения в выбранной системе координат с течением времени. Состояния покоя и движения относительны, поскольку тело может покоиться в выбранной системе координат, но двигаться вместе с системой.

Механическим движением называется изменение с течением времени взаимного положения материальных тел или их частей в пространстве.

Теоретическую механику принято делить на три основных раздела: статику, кинематику и динамику.

Статика – это раздел теоретической механики, изучающий условия сохранения материальными телами состояния покоя, или другими словами, изучает равновесие тел под действием сил.

Кинематика изучает движение материальных тел, без учета действующих на них сил и их инертности, а также основные характеристики движения тел и взаимосвязь этих характеристик.

Динамика изучает движение материальных тел под действием сил.

Основная задача статики – изучение условий равновесия тел.

Силой в теоретической механике называют величину, являющуюся количественной мерой взаимодействия материальных тел.

Сила характеризуется тремя величинами:

- численным значением (модулем);
- направлением действия;
- точкой приложения.

Система сил – вся совокупность сил, принятых к рассмотрению и действующих на рассматриваемую систему тел.

Внешними называются такие силы, которые действуют на рассматриваемое тело со стороны других материальных тел.

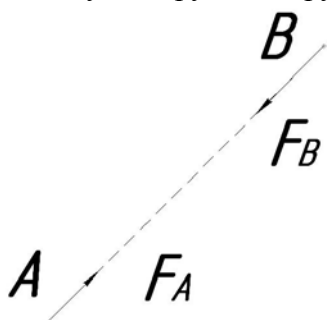
Внутренними называют силы, которые возникают только от действия частиц одного и того же тела.

По характеру действия силы различают:

- 1) Сосредоточенные – действующие в точке.
- 2) Распределенные – действующие на определенной длине.
- 3) Поверхностные – действующие по некоторой площади.

АКСИОМА №1. (закон действия и противодействия). Две материальные точки действуют друг на друга с силами, равными по модулю и направленными вдоль прямой, соединяющей эти точки, в противоположные стороны.

Эта аксиома предполагает дальное действие, т. е. возможность действия материальных тел друг на друга на расстоянии, что характерно для классической механики.



Если точка A с массой m_A действует на точку B с силой F_B , а точка B с массой m_B действует на точку A с силой F_A (рис.1.1), причем точки A и B получают от действия этих сил ускорения, соответственно равные a_A и a_B то имеем: $F_B = -F_A$ и $F_A = F_B$ или $m_A \cdot a_A = m_B \cdot a_B$; следовательно, ускорения, сообщаемые материальным точкам силами взаимодействия, обратно пропорциональны массам точек.

АКСИОМА №2 (закон независимости действия сил). Если на материальную точку действует одновременно несколько сил, то каждая из этих сил действует независимо от других и сообщает точке ускорение, равное этой силе, деленной на массу точки. Следовательно, система нескольких сил $F_1, F_2, \dots, F_n$ действует на материальную точку так же, как одна сила F , равная сумме $F_1, F_2, \dots, F_n$, т. е.

$$F = \sum_{i=1}^n F_i, \quad (1.1)$$

Это следствие представляет обобщенный закон параллелограмма сил.

АКСИОМА №3 Твердое тело находится в равновесии под действием двух сил только в том случае, если эти силы равны по модулю и направлены в противоположные стороны по общей линии действия (рис. 1.2).

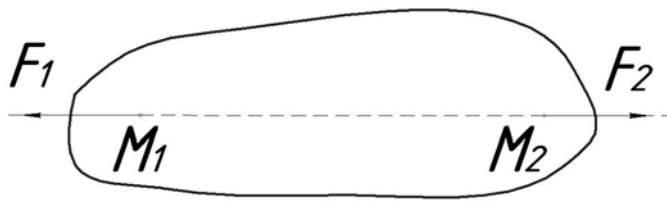


Рис.1.2

Эти две силы называются уравнивающими. Силы называются уравнивающими, если твердое тело, к которому приложены эти силы, находится в состоянии покоя.

АКСИОМА №4 Не нарушая состояния твердого тела, можно добавлять и отбрасывать уравнивающие системы сил.

Следствие: не нарушая состояния твердого тела, силу можно переносить по ее линии действия в любую точку тела.

Две системы сил называются *эквивалентными*, если одну из них можно заменить другой, не нарушая состояния твердого тела.

Равнодействующей называется сила, которая эквивалентна данной системе сил.

АКСИОМА №5 Равнодействующая двух сил, приложенных в одной точке, приложена в той же точке, равна по модулю диагонали параллелограмма, построенного на этих силах, и направлена вдоль этой диагонали (рис. 1.3).

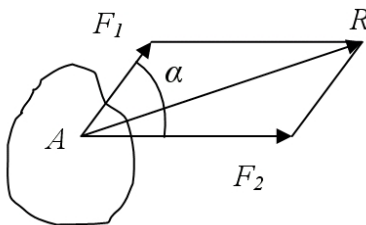


Рис.1.3

По модулю равнодействующая равна:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha}, \quad (1.2)$$

Система сил – вся совокупность сил, принятых к рассмотрению и действующих на рассматриваемую систему тел.

Линия действия вектора силы – бесконечная прямая, проходящая через данный вектор.

Эквивалентные системы сил – это такие системы сил, воздействие которых на данную систему тел приводит к одному и тому же поведению этих тел.

Уравновешенная система сил – это такая система сил, действие которой на данную систему тел эквивалентно отсутствию всякого действия (т.е. действие равно нулю).

Связанный вектор - вектор, приложенный к определенной точке пространства и не допускающий переноса в другие точки.

Скользящий вектор - вектор, который можно располагать в любой точке на линии его действия.

Свободный вектор - вектор, который можно располагать в любой точке пространства.

Абсолютно твердое (жесткое) тело - материальное тело, деформациями которого в процессе его нагружения или взаимодействия с другими телами мы пренебрегаем (тело сохраняет свою форму).

1.2. Связи

Если каждая из точек системы может занимать произвольное положение в пространстве и иметь произвольные скорости, то система называется *свободной*.

Условия, которые налагают ограничения на движение системы, называются *связями*.

Так, для лампы, подвешенной на шнуре, связью является шнур; для книги, лежащей на столе, связью является стол; для лестницы, приставленной к стене, связями являются пол и стена. Для шара, катящегося по бильярдному столу, связью является поверхность стола и его борта. *Реакция* - это сила взаимодействия опоры и рассматриваемого тела.

Свободное тело - такое материальное тело, которое не связано с другими материальными телами и которому из данного положения можно сообщить любое перемещение в пространстве.

Сила, с которой тело действует на связь, называется *силой давления*.

Сила, с которой связь действует на тело, препятствуя его перемещению, называется *силой реакции*.

Сила, давления и сила реакции связи по модулю равны и действуют по одной прямой в противоположные стороны.

Методика определения реакций связей при решении задач статики:

1. Несвободное тело условно изображают как свободное с помощью *принципа освобождаемости* – всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если отбросить связи и заменить их реакциями связей.

2. В результате применения этого принципа мы получаем тело свободное от связей и находящееся под действием некоторой системы сил.

3. Направление реакции связи противоположно направлению перемещения, уничтожаемого данной связью.

1.3. Основные виды связей и их реакции

1) Абсолютно гладкая поверхность.

Реакция всегда направлена перпендикулярно поверхности контакта (рис. 1.4).

Примечание. Если поверхность криволинейна, то реакция всегда направлена перпендикулярно касательной к поверхности.

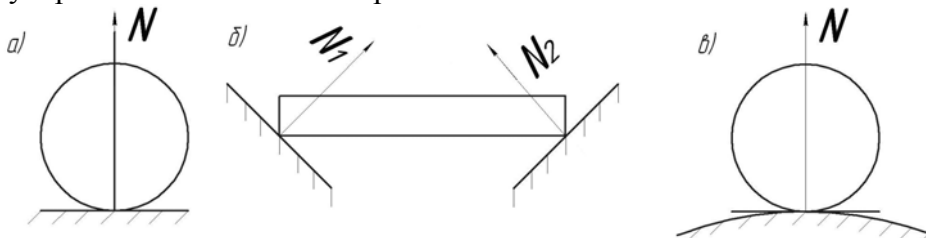


Рис.1.4

2) Шероховатая поверхность.

Реакция имеет две составляющие - одну перпендикулярно поверхности контакта (нормальная реакция) и другую вдоль поверхности контакта (сила трения) (рис. 1.5)

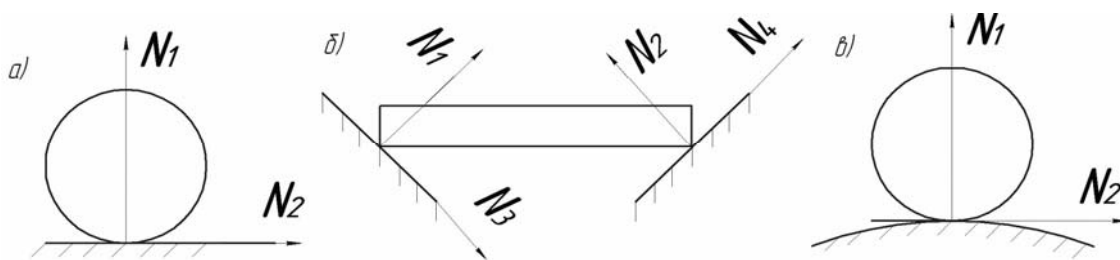


Рис. 1.5

Стержень - тело, способное выдерживать как сжимающую, так и растягивающую нагрузку.

Нить - тело, способное выдерживать только растягивающую нагрузку.

Балка - тело, способное выдерживать растягивающую, сжимающую и изгибающую нагрузки.

3) Стержень (нить).

Реакция всегда направлена вдоль стержня или нити (рис. 1.6).

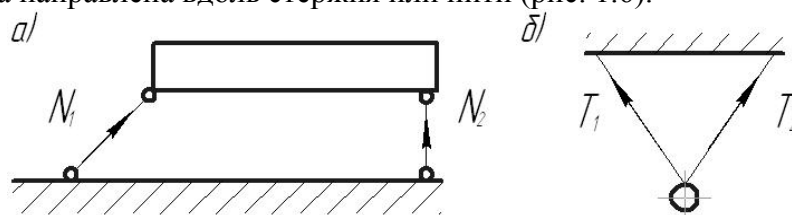


Рис. 1.6

4) Подвижный шарнир.

Шарнир - это такое соединение двух жестких тел, при котором тела не могут разъединиться, но могут поворачиваться друг относительно друга. Реакция направлена перпендикулярно опорной поверхности (рис. 1.7).

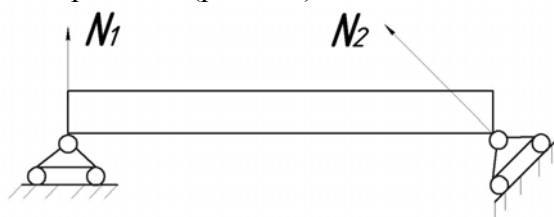


Рис.1.7

5) Неподвижный шарнир.

Реакции две и направлены они так, чтобы не лежать на одной прямой (рис. 1.8).

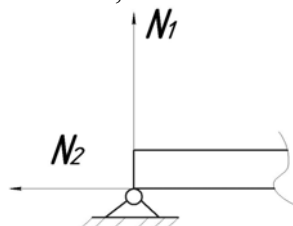
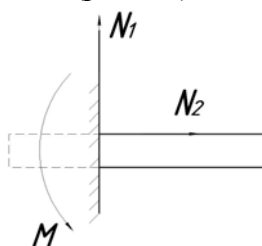


Рис.1.8

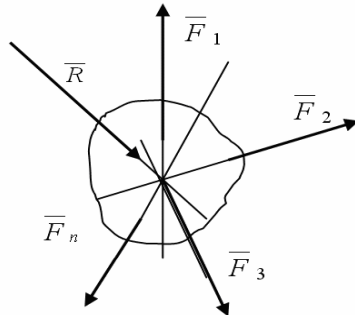
6) Жёсткая заделка.

Две реакции и один реактивный момент (рис. 1.9).



1.4. Плоская система сходящихся сил

Сходящиеся силы - это силы, линии, действия которых пересекаются в одной точке. Пусть на тело действует система сходящихся сил $\vec{F}_1 \dots \vec{F}_n$, то есть сил, линии действия которых сходятся в одной точке (рис. 1.10). Такая система сил будет иметь

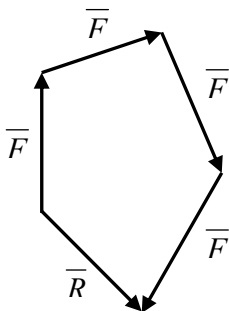


главный вектор $\vec{R}$, приложенный в точке пересечения их линий действия и определяемый аналитически по формуле:

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_n. \quad (1.3)$$

Различают *плоскую систему* сходящихся сил – когда линии действия всех данных сил лежат в одной плоскости и *пространственную*, когда линии действия лежат в различных плоскостях.

Рис.1.10



Кроме аналитического способа нахождения главного вектора существует геометрический способ называемый *правилом многоугольника* (рис.1.11). Он заключается в следующем: в масштабе согласно (рис.1.10) откладывается величина вектора $\vec{F}_1$, из его конца откладывается величина вектора $\vec{F}_2$ под углом образованным силами $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, далее аналогично откладываются силы $\vec{F}_3$ и $\vec{F}_n$.

Рис.1.11

Конец последней слагаемой силы соединяется с началом первой главным вектором $\vec{R}$. Результирующий (главный) вектор направлен из начала $\vec{F}_1$ к концу $\vec{F}_n$. *Вывод:* система сходящихся сил имеет равнодействующую равную геометрической сумме этих сил, приложенную в точке пересечения их линий действия.

Уравнение равновесия плоской системы сходящихся сил: плоская система сходящихся сил находится в равновесии, когда алгебраическая сумма проекций сил на каждую из двух координатных осей равна 0.

$$\begin{cases} F_{x\Sigma} = 0 \\ F_{y\Sigma} = 0 \end{cases} \quad (1.4)$$

Или когда геометрическая сумма всех сил системы равна 0 или $\vec{F}_\Sigma = 0$, т.е. когда силовой многоугольник замкнут.

Закон параллелограмма сил – 2 силы, приложенные в одной точке, имеют равнодействующую (главный вектор) приложенную этой точке (рис.1.12).

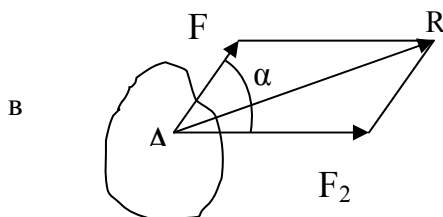
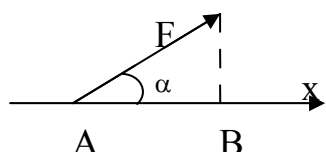


Рис.1.12

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha}. \quad (1.5)$$

1.5. Проекция силы на координатную ось



Проекция силы на ось есть скалярная величина равная произведению модуля силы на косинус угла между силой и положительным направлением оси (рис.1. 13).

Рис.1.13

$$F_x = F \cdot \cos \alpha = AB. \quad (1.6)$$

Частные случаи проекции силы на оси координат.

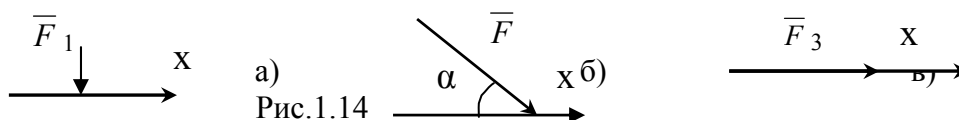


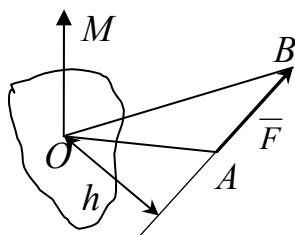
Рис.1.14

Если сила $\vec{F}_1$ перпендикулярна оси x (рис.1.14 а), то ее проекция на ось x равна $F_{1x} = 0$; если сила $\vec{F}_2$ находится под углом α к оси x (рис. 1.14 б), то ее проекция равна $F_{2x} = F_2 \cos \alpha$; если сила $\vec{F}_3$ лежит на оси x и ее направление совпадает с направлением оси (рис. 1.14 в), то проекция равна $F_{3x} = F_3$.

1.6. Момент силы относительно точки (центра)

Моментом силы M относительно центра O называется вектор, модуль которого равен произведению силы F на плечо h (рис.13)

$$M = F \cdot h, \quad (1.7)$$



где h – плечо, кратчайшее расстояние (перпендикуляр) от линии действия силы до выбранной точки.

Рис.1.15

В дальнейшем будем руководствоваться следующим правилом определения знака момента: момент считается положительным, если сила пытается повернуть конструкцию относительно центра момента против хода часовой стрелки.

Два вектора называются *коллинеарными*, если их линии действия параллельны.

Теорема Вариньона: сумма моментов сил относительно выбранной точки (центра) равна моменту равнодействующей этих сил относительно той же точки.

$$M(\vec{R}) = \sum M(\vec{F}_i), \quad (1.8)$$

Вопросы для самоконтроля

1. Определения: «Теоретическая механика», «Состояние движения», «Статика». Область применения законов Теоретической механики.
2. Определения: «Механическое движение», «Состояние покоя», «Кинематика». «Сила», чем она характеризуется.
3. Перечислите аксиомы статики. Объясните, какие из них и почему справедливы только для абсолютно твердого тела.
4. Что называется линией действия силы? Почему силу, приложенную к абсолютно твердому телу, называют скользящим вектором?
5. Какие две системы сил называются эквивалентными?
6. Какая сила называется равнодействующей данной системы сил?
7. Какие силы называются распределенными? Сосредоточенными? Приведите примеры.

8. Какое тело называется несвободным и в чем состоит принцип освобожденности.
9. Что называется в механике связями? Реакциями связей? Перечислите виды связей.
10. Что называется проекцией вектора на ось? В каких случаях проекция вектора на ось положительна? Отрицательна? Равна нулю?
11. В чем состоят геометрический и аналитический методы нахождения равнодействующей системы сходящихся сил?
12. Определения: «Момент силы», «Плечо силы». Правила определения знака момента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Филатов, Ю.Е. Введение в механику материалов и конструкций [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93704>. — Загл. с экрана.
2. Андреев, В.И. Детали машин и основы конструирования. Курсовое проектирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Андреев, И.В. Павлова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12953>. — Загл. с экрана.

Дополнительная

1. Скотников Д.А., Детали машин: учебное пособие / Д.А. Скотников, А.В. Анисимов, Д.А. Заруцкий - ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ» - Саратов:, ООО Издательский Центр «Наука», 2010. – 112 с. - Б. ц.
2. Гулиа, Н.В. Детали машин [Электронный ресурс] : учеб. / Н.В. Гулиа, В.Г. Клоков, С.А. Юрков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5705>. — Загл. с экрана.

Лекция 2

ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ

2.1. Условия равновесия произвольной плоской системы сил

Первое условие

Для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекции всех сил на каждую из двух координатных осей, и сумма их моментов относительно любого центра, лежащего в плоскости действия сил, были равны нулю.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_{ix}=0 \\ \sum F_{iy}=0, \\ \sum M_o=0 \end{array} \right. \quad (2.1)$$

где $\sum M_o$ – сумма моментов относительно точки O .

Второе условие

Для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы моментов всех этих сил относительно каких-либо центров A и B и сумма проекций сил на ось x (не перпендикулярную к прямой AB) были равны нулю.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum M_A=0 \\ \sum M_B=0, \\ \sum F_{ix}=0 \end{array} \right. \quad (2.2)$$

Третье условие

Для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы моментов всех этих сил относительно любых центров A, B, C не лежащих на одной прямой были равны нулю.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum M_A=0 \\ \sum M_B=0 \\ \sum M_C=0 \end{array} \right. \quad (2.3)$$

Задача статики может быть решена только в том случае, когда для нее число неизвестных реакций связей не превышает числа уравнений равновесия, которые содержат эти неизвестные реакции. Такие задачи называются *статически определенными*, а системы тел в этих задачах называют статически определенными системами.

2.2. Пара сил

Парой сил называют две силы, равные по модулю, противоположные по направлению и лежащие на параллельных прямых (рис. 2.1).

Расстояние между линиями действия сил есть плечо пары сил.

Момент пары сил - это сумма моментов каждой из сил составляющих пару.

Две пары сил будут эквивалентными, если равны их моменты.

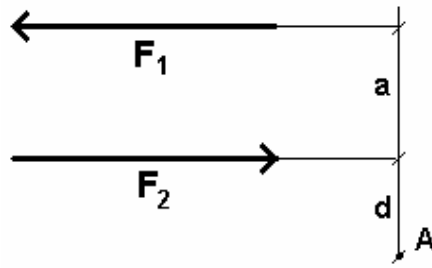


Рис. 2.1.

Теорема. Момент пары сил есть величина постоянная и равная моменту одной из сил, составляющих пару, относительно любой точки, лежащей на линии действия другой силы.

$$M = M_1 + M_2 = |\vec{F}_1| \cdot (d + a) - |\vec{F}_2| \cdot d = |\vec{F}_1| \cdot d + |\vec{F}_1| \cdot a - |\vec{F}_2| \cdot d = |\vec{F}_1| \cdot a, \quad (2.4)$$

Правило знаков: условимся считать момент пары положительным, если он стремится вращать тело против хода часовой стрелки.

Свойства пар сил:

1. Пару сил можно свободно перемещать и поворачивать в плоскости ее действия.
2. Пару сил можно переносить из данной плоскости в любую другую плоскость твердого тела, сохраняя параллельность плоскостей действия пар.
3. Пару сил всегда можно заменить другой парой сил, изменив обратно пропорционально расстояние между силами.
4. Две пары называются эквивалентными, если одну из них можно заменить другой, не изменяя состояния тела.

2.3. Условие равновесия произвольной плоской системы сил

Теорема (лемма Пуансо). Силу, действующую на данное тело можно переносить параллельно самой себе в любую точку тела, добавляя при этом пару сил с моментом, равным моменту исходной силы относительно новой точки ее приложения.

Доказательство: рассмотрим силу $\vec{F}$, действующую на тело в точке A (рис. 2.2.а). Добавим в некоторой другой точке тела, например в точке B , две силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, такие, что $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$ и линии действия сил параллельны (рис. 2.2.б). Очевидно, что $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ представляют собой уравновешенную систему сил и, следовательно, состояние покоя тела не нарушится. Но силы $\vec{F}_2$ и $\vec{F}$ образуют пару сил и мы получаем систему, у которой имеется сила $|\vec{F}| = |\vec{F}_1|$, приложенная в точке B , и пара сил с некоторым моментом m (рис. 2.2.в), а равновесие тела сохраняется, ч. т. д.

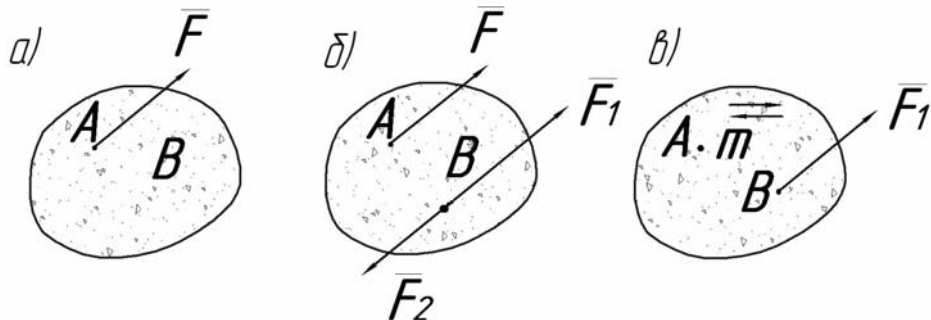


Рис. 2.2

Главный вектор - это сумма всех сил, действующих на рассматриваемую систему тел.

Главный момент системы относительно центра - это сумма моментов всех сил, действующих на рассматриваемую систему тел, относительно выбранного центра.

Теорема о приведении сил к данному центру: Любую плоскую систему сил, действующих на данное тело, можно свести к действию одной силы (главный вектор системы), приложенной в любой выбранной точке тела, и одной пары сил (главный вектор системы).

Доказательство: рассмотрим тело, на которое действует произвольная система сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ и пары сил с моментами $\vec{m}_1, \vec{m}_2, \dots, \vec{m}_k$ (рис. 2.3. а). Выбираем любую точку этого тела, например точку O . Перенесем все силы в эту точку. Согласно лемме Пуансо, при этом необходимо добавить соответствующее количество пар сил с моментами $\vec{M}_1, \vec{M}_2, \dots, \vec{M}_n$ (рис. 2.3. б). Поскольку все силы собраны теперь в одной точке, их можно векторно сложить. В результате получим главный вектор системы:

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i, \quad (2.5)$$

Также, используя свойства пар сил, можем сложить все действующие моменты пар сил и получить главный момент (рис. 1.18. в):

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i + \sum_{j=1}^k \vec{m}_j, \quad (2.6)$$

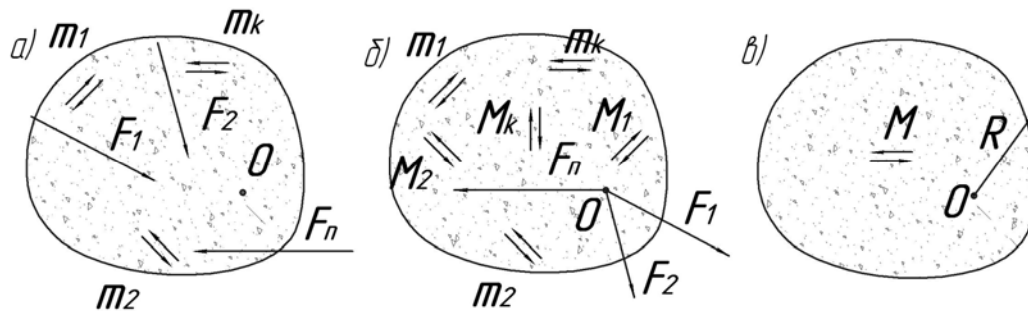


Рис. 2.3.

Плоская система произвольно расположенных сил находится в равновесии, когда главный момент и главный вектор равны 0:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\Sigma} &= 0, \\ \vec{M}_{\Sigma} &= 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

$\vec{F}_{\Sigma} = \sum \vec{F}_i = 0$ Это означает, что силовой многоугольник, построенный на силах данной системы должен быть замкнутым, следовательно, и алгебраическая сумма проекций сил на каждую из двух координатных осей x и y должна быть равна 0.

$M_{\Sigma} = \sum M_0(\vec{F}_i) = 0$ Это выражение означает, что алгебраическая сумма моментов сил данной системы относительно любого центра приведения равна 0.

Вывод: для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраические суммы проекций всех сил на оси координат x и y равнялись 0 и чтобы алгебраическая сумма моментов этих сил относительно любой точки плоскости также равнялась 0.

2.4. Система параллельных сил

Система сил, линии действия которых параллельны, называется системой параллельных сил.

Теорема: Система параллельных сил всегда имеет равнодействующую.

Равнодействующая приложена к определенной точке, называемой *центром параллельных сил*.

Координата центра параллельных сил.

Рассмотрим систему $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ параллельных сил (рис. 2.4). Заметим, что силы могут быть направлены и в противоположные стороны. Выберем систему координат таким образом, чтобы одна из осей (ось X) была перпендикулярна линиям действия этих сил.

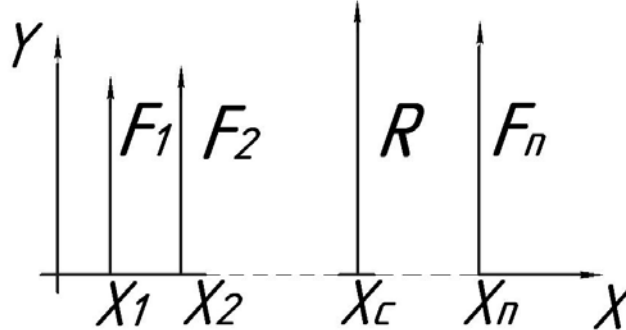


Рис. 2.4

Определим суммарный момент этих сил относительно начала координат (в приводимой формуле оперируем величинами сил):

$$M = M_1 + M_2 + \dots + M_n = F_1 \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2 + \dots + F_n \cdot x_n = \sum_{i=1}^n (F_i \cdot x_i). \quad (2.8)$$

Но на основании теоремы о параллельных силах, мы знаем, что эти силы имеют равнодействующую, поэтому, согласно теореме Вариньона, этот момент должен быть равен моменту равнодействующей относительно начала координат:

$$M = R \cdot x_c = (F_1 + F_2 + \dots + F_n) \cdot x_c = \left(\sum_{i=1}^n F_i \right) \cdot x_c, \quad (2.9)$$

следовательно, приравняв эти моменты, получим

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n (F_i \cdot x_i)}{\sum_{i=1}^n F_i} = \frac{F_1 \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2 + \dots + F_n \cdot x_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}, \quad (2.10)$$

По другим осям координат выражение получится точно таким же, только в правой части надо соответственно заменить x на y или z . Следовательно, можем записать полученную зависимость в векторной форме:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^n (\vec{F}_i \cdot \vec{r}_i)}{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i} = \frac{\vec{F}_1 \cdot \vec{x}_1 + \vec{F}_2 \cdot \vec{x}_2 + \dots + \vec{F}_n \cdot \vec{x}_n}{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n}, \quad (2.11)$$

Координаты центра тяжести.

Силу тяжести фактически можно считать системой параллельных сил, поэтому для нее применимы все выше приведенные формулы.

Если тело является однородным, т.е. плотность его в любой точке тела одинакова, получаем, что вес элементарного объема тела определяется по формуле:

$$P_i = \rho \cdot V_i, \quad (2.12)$$

где ρ - плотность тела,

V_i - объем i -ой части тела.

Тогда координата точки C по оси X (остальные координаты находятся аналогично):

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^n (V_i \cdot x_i)}{\sum_{i=1}^n V_i} = \frac{V_1 \cdot x_1 + V_2 \cdot x_2 + \dots + V_n \cdot x_n}{V_1 + V_2 + \dots + V_n}, \quad (2.13)$$

Если тело является плоским и однородным, то:

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^n (S_i \cdot x_i)}{\sum_{i=1}^n S_i} = \frac{S_1 \cdot x_1 + S_2 \cdot x_2 + \dots + S_n \cdot x_n}{S_1 + S_2 + \dots + S_n}, \quad (2.14)$$

где S_i - площадь i -ой части тела.

2.5. Трение

Трение скольжения

В местах контакта реальных тел возникает сила, сопротивляющаяся взаимному смещению контактирующих поверхностей – *сила трения*. Она всегда направлена по касательной к контактирующим поверхностям и всегда стремится препятствовать суммарной внешней силе.

Важнейшее свойство сил трения - это то, что они не могут вызывать движения. При отсутствии внешних сил, сила трения всегда равна нулю. При достаточно малой суммарной внешней силе, сила трения будет в точности равна ей по модулю и противоположна по направлению. При возрастании внешних сил, сила трения может их компенсировать только до определенного момента, а затем состояние равновесия тела нарушается и оно приходит в движение.

Состояние тела, когда малейшее увеличение внешней силы вызовет нарушение равновесия тела называют *предельным равновесием*, а сила трения, действующая на тело в этот момент времени *предельной силой трения*.

Величина предельной силы зависит от многих факторов: от материала контактирующих тел, от чистоты обработки контактирующих поверхностей, от температуры окружающей среды и т.д., но примерно можно определить предельную силу трения, как:

$$F_{тр}^{пред} = \kappa \cdot N, \quad (2.15)$$

где κ - статический коэффициент трения, зависящий только от материала и состояния контактирующих тел, определяемый экспериментально;

N - величина нормального давления между контактирующими поверхностями.

Конус трения.

Рассмотрим предельное равновесие тела (пренебрегая его собственным весом), покоящегося на шероховатой поверхности и к которому приложена некоторая сила P (рис. 2.5).

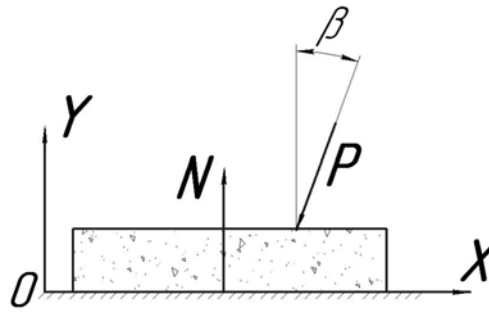


Рис. 2.5

Составим уравнения равновесия

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} F_{mp}^{пред} - P \cdot \sin \beta = 0 \\ N - P \cdot \cos \beta = 0 \end{cases}, \quad (2.16)$$

Учитывая определение предельной силы трения, найдем величину силы N из уравнения (1.23) и подставим в уравнение (1.24):

$$\kappa \cdot P \cdot \cos \beta - P \cdot \sin \beta = 0, \quad (2.17)$$

а поскольку $P \neq 0$ и $\cos \beta \neq 0$, то в случае предельного равновесия должно выполняться равенство

$$\kappa = \operatorname{tg} \beta \quad \text{или} \quad \beta = \arctg(\kappa). \quad (2.18)$$

Угол, определяемый соотношением (2.5), называют *предельным углом трения*. Если к телу прикладывать какую угодно большую силу, но под углом меньшим предельного угла β , то нарушить состояние покоя тела невозможно.

Если рассмотреть пространственную задачу, то получим *предельный конус трения*, показывающий, что, если сила действует внутри этого конуса, тело сохранит состояние покоя. В технике такое явление называется *заклиниванием механизма*.

Трение качения

Рассмотрим цилиндрическое тело, покоящееся на шероховатой поверхности к которому приложена некая внешняя сила P (рис. 2.6. а).

Силы P и F_{mp} образуют пару сил с моментом $P \cdot r$, который ничем не компенсирован и, следовательно, при любой малой силе P должно начинаться движение тела. Но на практике это не так. Тело начнет движение только при определенном значении силы P .

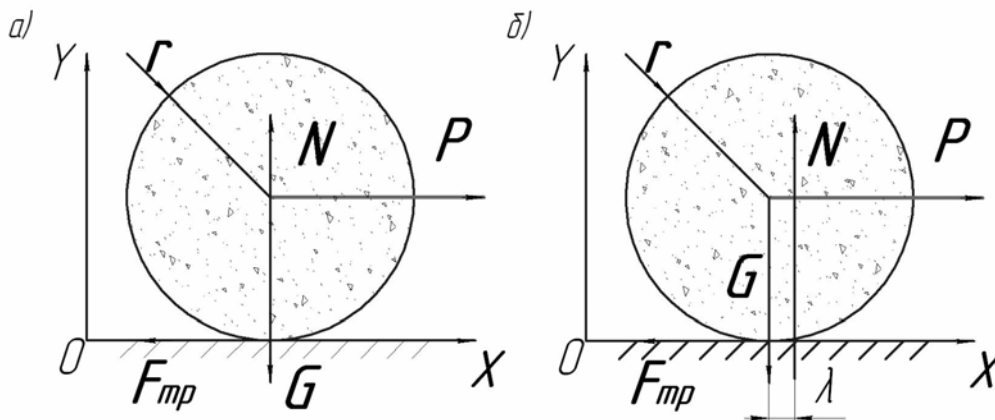


Рис. 2.6

Это объясняется тем, что у реальных тел контакт осуществляется не в точке, а всегда по определенной поверхности и поэтому реакцию N необходимо прикладывать не к середине поверхности контакта, а на ее краю (рис. 2.6. б). В этом случае силы N и G образуют пару

сил, противодействующую паре сил P и $F_{тр}$.

Момент пары сил N и G называют моментом трения качения, а в случае предельного равновесия это будет предельный момент трения качения:

$$M_{тр}^{пред} = \lambda \cdot N, \quad (2.19)$$

где λ - коэффициент трения качения, зависящий только от материала контактирующих тел, определяемый экспериментально.

Физический смысл коэффициента трения качения заключается в том, что он представляет собой полуширину поверхности контакта (рис. 2.6. б).

Также как и силы трения скольжения, силы трения качения всегда противодействуют суммарному моменту внешних сил.

Поскольку для материалов $\lambda/r < \kappa$, то потери энергии при трении качения меньше, чем при скольжении поэтому желательно заменять скольжение качением.

При решении задач на трение после определения реакций связи, включающих $F_{тр}$ и $M_{тр}$, необходимо дополнительно проверять выполнение условий:

$$|F_{тр}| \leq F_{тр}^{пред} \quad \text{и} \quad |M_{тр}| \leq M_{тр}^{пред}, \quad (2.20)$$

Если эти условия не выполняются, то равновесие невозможно.

Вопросы для самоконтроля

1. Укажите первое условие равновесия произвольной плоской системы сил.
2. Укажите второе условие равновесия произвольной плоской системы сил.
3. Укажите третье условие равновесия произвольной плоской системы сил.
4. Определения: «Пары сил», «Момент пары сил», «Эквивалентные пары сил». Теорема о моменте пары сил.
4. Лемма Пуансо.
5. Координаты центра параллельных сил.
6. Координаты центра тяжести.
7. Трение скольжения.
8. Конус трения.
9. Трение качения.
10. Коэффициент трения качения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Филатов, Ю.Е. Введение в механику материалов и конструкций [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93704>. — Загл. с экрана.
2. Андреев, В.И. Детали машин и основы конструирования. Курсовое проектирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Андреев, И.В. Павлова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12953>. — Загл. с экрана.

Дополнительная

1. Скотников Д.А., Детали машин: учебное пособие / Д.А. Скотников, А.В. Анисимов, Д.А. Заруцкий - ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ» - Саратов., ООО Издательский Центр «Наука», 2010. – 112 с. - Б. ц.

2. Гулиа, Н.В. Детали машин [Электронный ресурс] : учеб. / Н.В. Гулиа, В.Г. Клоков, С.А. Юрков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5705>. — Загл. с экрана.

Лекция 3

СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Кинематика определяет основные характеристики движения тел и взаимосвязь этих характеристик. В основу кинематики положены аксиомы геометрии и понятие векторного пространства.

Состояние движения – изменение точками тела своего положения в выбранной системе координат с течением времени. Состояние движения относительно, поскольку тело может покоиться в одной системе координат и двигаться в другой системе.

Характеризовать движение можно только после предварительного выбора системы координат. Используя разные системы координат, можно характеризовать движение одним из следующих способов:

3.1. Векторный способ задания движения

Рассмотрим плоское движение, определим характеристики движения.

Одной из основных задач механики является прогнозирование поведения тела при заданных начальных условиях, а это предполагает способность точно указать положение каждой точки тела в любой последующий момент времени.

Рассмотрим движущуюся материальную точку M (рис. 3.1).

Положение точки в любой момент времени можно определить вектором $\vec{r}_M$, проведенным из начала координат в ту точку пространства, в которой находится в настоящий момент времени рассматриваемая материальная точка. Такой вектор называется радиус-вектором. Радиус-вектор определяется координатами $\vec{r}_M = (x_M, y_M, z_M)$. Положению точки в любой момент движения соответствует определенный радиус-вектор.

Векторный закон движения материальной точки – это зависимость координат точки от времени $\vec{r}_M(t)$ (первая и основная характеристика движения).

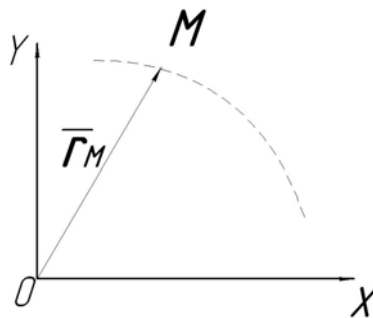


Рис. 3.1

В процессе движения материальная точка последовательно переходит из одной точки пространства в другую. Если соединить эти точки, то получится плавная пространственная кривая (пунктирная линия на рис. 3.1).

Траектория – это пространственная кривая, на которой находится материальная точка в любой момент движения (вторая характеристика движения). Чтобы получить уравнение траектории необходимо из закона движения исключить время.

Скорость

В некоторый момент времени t_0 положение точки характеризует радиус-вектор $\vec{r}_0$, а через некоторое время Δt в момент $t_1 = t_0 + \Delta t$ – $\vec{r}_1$ (рис. 3.2). Если через концы векторов $\vec{r}_0$ и $\vec{r}_1$ провести новый вектор $\Delta \vec{r}$, то получим равенство

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_0 + \Delta \vec{r}. \quad (3.1)$$

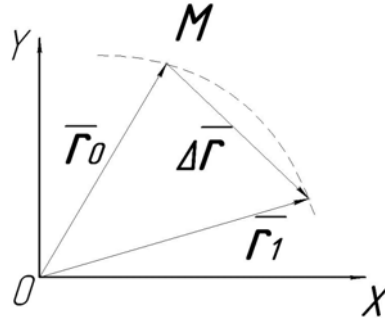


Рис. 3.2

Средняя скорость движения - это изменение положения материальной точки за промежуток времени, в течение которого это изменение произошло:

$$\vec{V}_{cp} = \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_0}{t_1 - t_0} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (3.2)$$

Мгновенная скорость (в дальнейшем просто скорость) - это предел средней скорости при бесконечном уменьшении промежутка времени наблюдения, т. е.:

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{V}_{cp} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (\vec{r})'. \quad (3.3)$$

Таким образом, *скорость* – это первая производная от закона движения по времени (третья характеристика движения). Скорость является векторной величиной, и ее направление совпадает с направлением вектора в его предельном положении, т. е. вектор скорости всегда располагается на касательной к траектории движения и направлен в ту сторону, куда происходит движение. Чтобы определить, величину скорости (модуль), необходимо разложить вектора $\vec{V}$ и $\vec{r}$ на составляющие в выбранной системе координат, т.е. представить $\vec{V} = (V_x, V_y, V_z)$ и $\vec{r} = (r_x, r_y, r_z)$. Тогда между компонентами скорости и радиус-вектора положение точки должно выполняться соотношение:

$$\begin{cases} V_x = (r_x)' \\ V_y = (r_y)' \\ V_z = (r_z)' \end{cases} \quad (3.3)$$

В этом случае модуль скорости можно определить как:

$$|\vec{V}| = \sqrt{(V_x)^2 + (V_y)^2 + (V_z)^2} \quad (3.4)$$

Ускорение

В некоторый момент времени t_0 материальная точка находится в положении A и имеет скорость $\vec{V}_0$, а через некоторое время Δt в момент $t_1 = t_0 + \Delta t$ - в положении B и имеет скорость $\vec{V}_1$ (рис. 1.30). Если вектор $\vec{V}_1$ перенести в точку A (обозначено пунктиром на рис. 1.30), а через концы векторов $\vec{V}_0$ и $\vec{V}_1$ провести новый вектор $\Delta \vec{V}$, то получим векторное равенство

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_0 + \Delta \vec{V}. \quad (3.5)$$

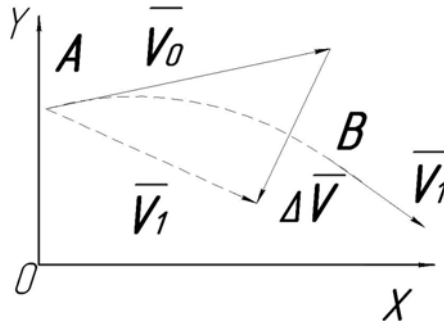


Рис. 3.3

Среднее ускорение движения - это изменение скорости материальной точки за промежуток времени, в течение которого это изменение произошло:

$$\bar{a}_{cp} = \frac{\bar{V}_1 - \bar{V}_0}{t_1 - t_0} = \frac{\Delta \bar{V}}{\Delta t} \quad (3.6)$$

Мгновенное ускорение (в дальнейшем, просто ускорение) – это предел среднего ускорения при бесконечном уменьшении промежутка времени наблюдения, т. е.

$$\bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{a}_{cp} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{V}}{\Delta t} = \frac{d\bar{V}}{dt} = (\bar{V})' = (\bar{r})'. \quad (3.7)$$

Таким образом, *ускорение* – это первая производная от скорости или вторая производная от закона движения по времени (четвертая характеристика движения). Ускорение является векторной величиной и ее направление совпадает с направлением вектора $\Delta \bar{V}$ в его предельном положении, т. е. вектор ускорения всегда располагается с той стороны от касательной к траектории движения, что и сама траектория.

Аналогично скорости компоненты вектора ускорения можно представить через компоненты вектора скорости и компоненты радиус – вектора положения точки:

$$\begin{cases} a_x = (V_x)' = (r_x)'' \\ a_y = (V_y)' = (r_y)'' \\ a_z = (V_z)' = (r_z)'' \end{cases}, \quad (3.8)$$

В этом случае модуль ускорения можно определить как:

$$|\bar{a}| = \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2 + (a_z)^2} \quad (3.9)$$

Движение материальной точки определяется четырьмя основными характеристиками: *законом движения, траекторией, скоростью и ускорением.*

3.2. Естественный способ задания движения

Данный способ применяется только в том случае, когда известна траектория движения.

Для задания движения применяется прямоугольная естественная система координат (рис. 1.31), которая характеризуется тем, что:

- начало координат всегда совпадает с положением материальной точки;
- первая ось (ось τ) всегда располагается на касательной к траектории движения и направлена в ту сторону, куда движется материальная точка (касательная);
- вторая ось (ось η) всегда располагается на нормали к траектории движения (всегда перпендикулярна касательной к траектории и находится в плоскости движения (если

движение пространственное - то в соприкасающейся плоскости) и направлена в сторону вогнутости траектории (нормаль);
 - третья ось (ось β) всегда располагается на бинормали к траектории (т.е. перпендикулярна и касательной, и нормали) и направлена так, чтобы образовывать с первой и второй осью правую систему координат (бинормаль).

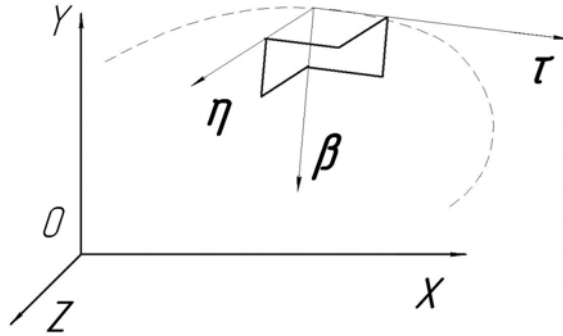


Рис. 3.4.

Зависимость расстояния по времени от текущего положения точки до некоторого начального, измеренного вдоль траектории, $S(t)$ является *естественным законом движения*.

В этом случае для скорости справедливо соотношение:

$$|\vec{V}| = \frac{dS}{dt} = S', \quad (3.10)$$

Разложив по осям вектор скорости $\vec{V} = (V_x, V_y, V_z)$ в естественной системе координат, получим:

$$\begin{cases} V_\tau = |\vec{V}| \\ V_\eta = 0 \\ V_\beta = 0 \end{cases}, \quad (3.11)$$

Вектор скорости проецируется только на одну ось – ось τ .

А вектор ускорения будет проецироваться только на две оси - ось τ и ось η , а третья проекция $a_\beta = 0$.

Величины проекций ускорения a_τ и a_η определяются по системе уравнений:

$$\begin{cases} a_\tau = (V_\tau)' = S'' \\ a_\eta = \frac{V_\tau^2}{\rho} \\ a_\beta = 0. \end{cases}, \quad (3.12)$$

где $\rho = \frac{\Delta S}{\Delta \varphi}$ - радиус кривизны траектории.

Связь между компонентами скоростей и ускорений

Поскольку вектора скорости и ускорения в каждый момент времени определяются равнозначно, то между их компонентами при разложении в различных системах координат будут иметь место следующие зависимости:

$$V_\tau^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2 = |\vec{V}|^2, \quad (3.13)$$

$$a_\tau^2 + a_\eta^2 = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 = |\vec{a}|^2, \quad (3.14)$$

Дифференцируя первое из приведенных выражений получаем:

$$a_{\tau} = \frac{V_x \cdot a_x + V_y \cdot a_y + V_z \cdot a_z}{V_{\tau}}. \quad (3.15)$$

Частные случаи движения

а) Прямолинейное движение.

В этом случае траекторией движения точки является прямая линия, причем ее радиус кривизны равен бесконечности ($\rho = \infty$), следовательно:

$$\begin{cases} a_{\eta} = 0 \\ |\vec{a}| = a_{\tau} \end{cases}. \quad (3.16)$$

Векторы скорости и ускорения в этом случае располагаются на той же прямой, что и траектория, поэтому можно говорить, что они изменяются только численно, т. е. касательное ускорение характеризует изменение скорости по модулю.

б) Равномерное криволинейное движение.

Движение называется *равномерным*, если точка движется с постоянной по величине скоростью. Если скорость постоянная, то, следовательно, ее производная равна нулю, т. е.:

$$\begin{cases} a_{\tau} = 0 \\ |\vec{a}| = a_{\eta} \end{cases}. \quad (3.17)$$

Так как в этом случае ускорение появляется только за счет изменения направления скорости, то нормальное ускорение характеризует изменение скорости по направлению.

В этом случае определим закон движения, проинтегрировав выражение (1.39)

$$\int dS = \int_{t_0}^t V \cdot dt; \quad (3.18)$$

$$S = V_{\tau} \cdot t + S_0. \quad (3.19)$$

где S_0 – координата начального положения материальной точки.

Движение без ускорения ($\vec{a} = 0$) возможно лишь в случае равномерного прямолинейного движения.

в) Равнопеременное криволинейное движение.

Движение называется *равнопеременным*, если оно происходит с постоянным касательным ускорением. Если ускорение положительно, такое движение называют равноускоренным, а если отрицательно – равнозамедленным.

В этом случае:

$$V = a \cdot t + V_0, \quad (3.20)$$

$$S = \frac{a \cdot t^2}{2} + V_0 \cdot t + S_0. \quad (3.21)$$

где V_0 – скорость точки в начальный момент времени.

3.3. Движение материальных тел

В теоретической механике рассматриваются только абсолютно твердые тела. Движение всех материальных тел можно определенным образом классифицировать и рассматривать, как ведут себя характеристики движения применительно к каждому типу движения. Причем будем считать движение тела определенным, только в том

случае, если нами определены характеристики движения всех материальных точек, составляющих рассматриваемое тело.

Поступательное движение

Поступательное движение — это такое движение, при котором любой выделенный в теле отрезок перемещается оставаясь параллельным самому себе.

Классическим примером такого движения является движение кабинок колеса обозрения (рис. 1.32.а). Этот пример наглядно показывает, что поступательное движение — совсем не обязательно прямолинейное. Число степеней свободы тела в этом случае равно трем, так как достаточно описать движение какой-нибудь одной точки тела (например, точки A на рис. 1.32.б). Траектории всех остальных точек (например, точки B на рис. 1.32.б) могут быть получены путем "параллельного" переноса.

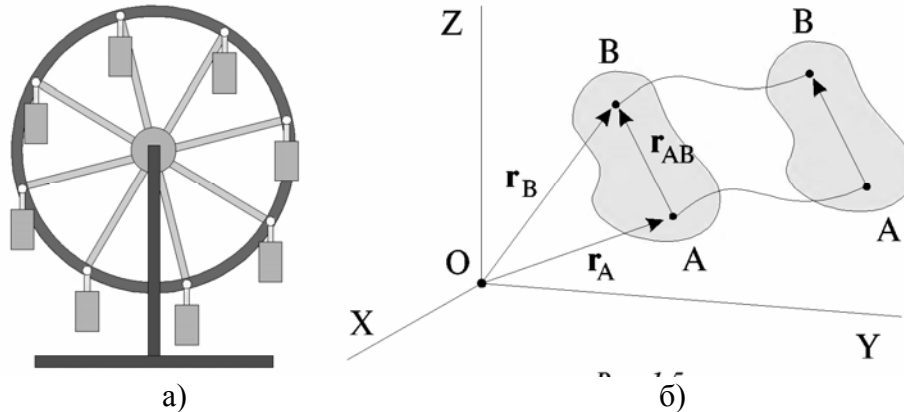


Рис. 3.5

Рассмотрим некоторое тело, которое движется поступательно в выбранной системе координат (рис. 1.32.б). Выберем некоторый отрезок AB внутри тела. Положение точек A и B определяют радиус – вектора $\vec{r}_A$ и $\vec{r}_B$. Пусть, закон движения точки A задан в виде

$$\vec{r}_A = \vec{r}_A(t), \quad (3.22)$$

Тогда закон движения точки B будет иметь вид:

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{AB}. \quad (3.23)$$

где r_{AB} — вектор, проведенный от точки A к точке B .

Скорость точки A :

$$V_A = \frac{dr_A}{dt}. \quad (3.24)$$

Скорость точки B :

$$V_B = \frac{dr_B}{dt} = V_A. \quad (3.25)$$

Так как r_{AB} — вектор, постоянный по величине (абсолютно твердое тело) и направлению (поступательное движение), ускорения точек A и B также равны между собой:

$$a_A = \frac{dV_A}{dt} = \frac{dV_B}{dt} = a_B. \quad (3.26)$$

Таким образом, при поступательном движении тела законы движения всех его точек отличаются на постоянную величину, траектории при наложении совпадают,

скорости всех точек равны между собой и ускорения также равны между собой.

Вращательное движение

Движение тела называют *вращательным*, если при его движении существуют, по крайней мере, две (а если тело плоское и движется в своей плоскости – то одна) точки тела, которые остаются неподвижными все время движения.

Линия, проходящая через эти две точки (если движение плоское, то перпендикулярно плоскости движения), называется *осью вращения*.

С таким движением мы сталкиваемся ежедневно, открывая и закрывая дверь в комнату. В этом случае тело обладает лишь одной степенью свободы, связанной с углом его поворота вокруг оси. При этом все точки тела движутся по окружностям, лежащим в плоскостях перпендикулярных оси вращения с центрами окружностей, лежащими на этой оси.

Существенно, что линейные скорости точек, находящихся на разном расстоянии от оси вращения, разные. В этом можно убедиться, касаясь стальной проволокой вращающегося диска точила (рис. 1.33), чем дальше от оси, тем длиннее сноп искр — тем больше скорость соответствующей точки диска.

При этом также видно, что искры летят по касательной к окружности, описываемой данной точкой диска. Ясно, что угловое перемещение всех точек твердого тела за одно и то же время будет одинаковым. Это обстоятельство позволяет ввести общую кинематическую характеристику — *угловую скорость*:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}, \quad (3.27)$$

где $\Delta \varphi$ - угол поворота тела за время Δt .

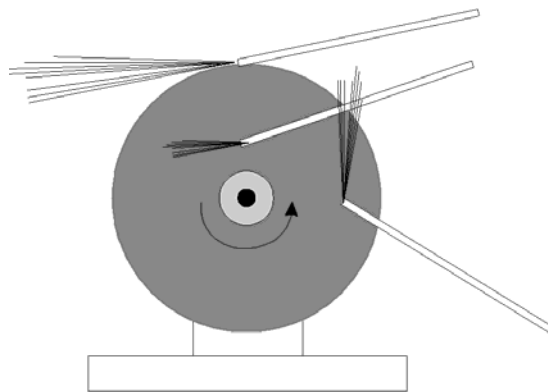


Рис.3.6

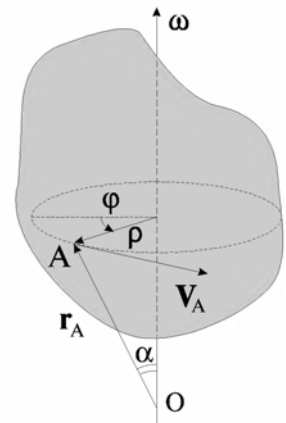


Рис.3.7

Зная ω , легко определить линейную скорость любой точки твердого тела. Введем радиус-вектор r_A некоторой точки A твердого тела, поместив его начало в точку O на оси вращения (рис. 1.34). Вектор ρ проведен в точку A от оси вращения, то есть перпендикулярно к оси. Вектор скорости V_A можно связать с векторами r_A и ω :

$$V_A = \omega \cdot r_A, \quad (3.28)$$

При этом величина скорости:

$$V_A = \omega \cdot r_A \cdot \sin \alpha = \omega \cdot r, \quad (3.29)$$

Очевидно, что точку O на оси вращения можно выбрать произвольно — значение $r = r_A \sin \alpha$ будет одним и тем же. Ускорение точки A :

$$a_A = \frac{d\omega}{dt} \cdot r_A + \omega \cdot \frac{dr_A}{dt} = \varepsilon \cdot r_A + \omega \cdot V_A \quad (3.30)$$

Здесь $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ угловое ускорение тела. Это вектор, направленный в ту же сторону, что и ω , если вращение ускоряется, и противоположно ему, если вращение замедляется. Таким образом, ускорение a_A является суммой двух величин:

$$a_A = a_\tau + a_n, \quad (3.31)$$

Причем все три вектора a_A , a_τ и a_n лежат в плоскости, перпендикулярной оси вращения (рис. 1.35).

Тангенциальное ускорение:

$$a_\tau = \varepsilon \cdot r_A, \quad (3.32)$$

Центростремительное ускорение:

$$a_n = \omega \cdot V_A = \omega \cdot (\omega \cdot r_A) = \omega^2 \cdot r_A, \quad (3.33)$$

Поскольку нормальное и касательное ускорения всегда перпендикулярны друг другу, то модуль полного ускорения:

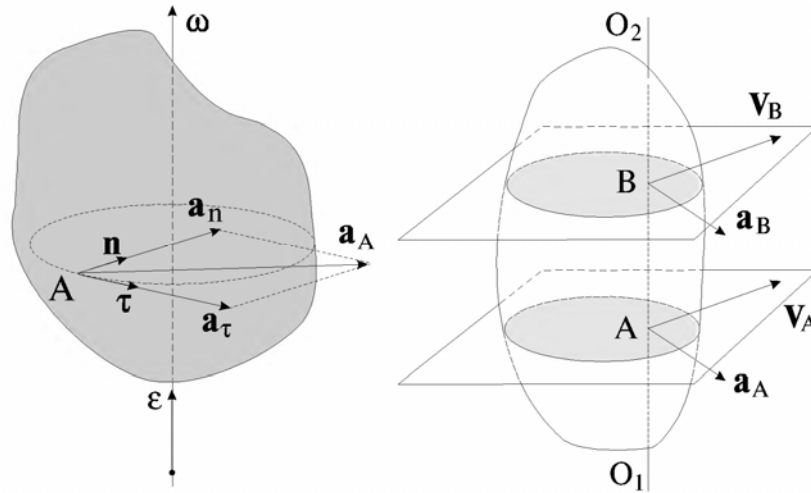


Рис. 3.8.

$$a_A = \sqrt{(a_\tau)^2 + (a_n)^2} = r_A \cdot \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \quad (3.34)$$

Таким образом, определены характеристики всех точек тела при его вращательном движении.

Плоскопараллельное движение

Движение тела называется *плоскопараллельным*, если траектория любой точки тела располагается в определенной плоскости все время движения и плоскости движения всех точек тела совпадают или параллельны между собой.

Рассмотрим тело, которое движется плоскопараллельно (рис. 3.9), т.е. заранее можно указать такую плоскость P , что плоскости движения всех точек тела будут параллельны этой плоскости. Возьмем некоторую точку A тела и проведем ее плоскость движения P_A , а также перпендикуляр к этой плоскости AB .

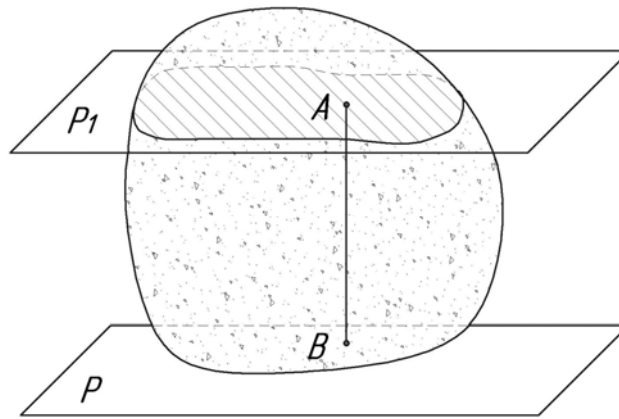


Рис. 3.9

Все точки, которые лежат на AB , должны иметь точно такие же характеристики движения, что и точка A . В противном случае расстояние между ними невозможно было бы сохранить, поскольку они двигаются в параллельных плоскостях, и была бы нарушена гипотеза абсолютно твердого тела.

Таким образом, задача сводится к рассмотрению движения плоского тела в своей плоскости (сечение тела плоскостью P_1 на рис. 3.9). Поэтому плоскопараллельное движение можно называть плоским.

Рассматриваем плоскую задачу о движении тела (рис. 3.10). Выберем произвольную точку этого тела A (на практике следует выбирать такую точку, характеристики движения которой заранее известны). Эту точку назовем полюс и рассмотрим как выражаются характеристики движения других точек тела через характеристики движения полюса. Проведем радиус-векторы точек A и B – $\vec{r}_A$ и $\vec{r}_B$ соответственно, а также вектор $\vec{r}_{AB}$, получим равенство:

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{AB}, \quad (3.35)$$

Продифференцировав равенство, получим:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{AB}. \quad (3.36)$$

Поскольку вектор $\vec{r}_{AB}$ имеет постоянный модуль (расстояние между точками A и B должно сохраняться), то $\vec{V}_{AB}$ можно понимать как скорость чистого вращения точки B вокруг точки A и, следовательно, плоскопараллельное движение можно разложить на составляющие: поступательное движение тела вместе с полюсом и вращательное движение тела вокруг полюса. В этом случае будем иметь, основываясь на (1.58) и (1.65)

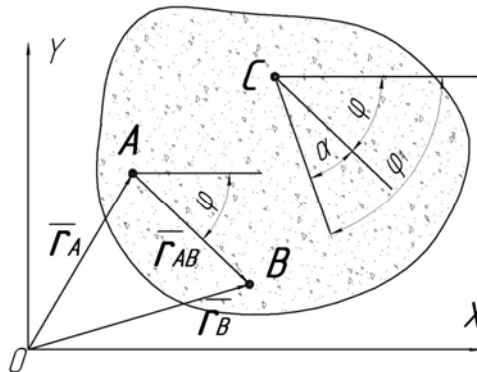


Рис. 3.10.

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \omega \cdot |\vec{r}_{AB}|. \quad (3.37)$$

При этом законом плоскопараллельного движения тела следует считать две зависимости: $\vec{r}_A(t)$ – перемещение полюса и $\varphi(t)$ – угол поворота тела относительно некоторого заранее выбранного направления (горизонтального на рис. 3.10).

Теперь выберем в качестве полюса точку C (рис. 3.10), а угол поворота будем характеризовать некоторым углом φ_1 . Поскольку тело абсолютно твердое, то в любой момент времени должно выполняться соотношение

$$\varphi_1 = \varphi + \alpha, \quad (3.38)$$

где $\alpha = const$.

Дважды последовательно продифференцировав равенство, получим:

$$\omega_1 = \omega; \quad (3.39)$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon. \quad (3.40)$$

Следовательно, при плоскопараллельном движении поступательная часть движения зависит от выбора полюса ($\vec{V}_A \neq \vec{V}_C$ и $\vec{a}_A \neq \vec{a}_C$, иначе движение было бы только поступательным), а вращательная часть – не зависит.

Вопросы для самоконтроля

1. Состояние движения.
2. Векторный способ задания движения.
3. Траектория.
4. Скорость.
5. Ускорение.
6. Естественный способ задания движения.
7. Прямолинейное движение.
8. Равномерное криволинейное движение.
9. Равнопеременное криволинейное движение.
10. Поступательное движение.
11. Вращательное движение.
12. Плоскопараллельное движение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Филатов, Ю.Е. Введение в механику материалов и конструкций [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93704>. — Загл. с экрана.
2. Андреев, В.И. Детали машин и основы конструирования. Курсовое проектирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Андреев, И.В. Павлова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12953>. — Загл. с экрана.

Дополнительная

1. Скотников Д.А., Детали машин: учебное пособие / Д.А. Скотников, А.В. Анисимов, Д.А. Заруцкий - ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ» - Саратов:, ООО Издательский Центр «Наука», 2010. – 112 с. - Б. ц.

2. Гулиа, Н.В. Детали машин [Электронный ресурс] : учеб. / Н.В. Гулиа, В.Г. Клоков, С.А. Юрков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5705>. — Загл. с экрана.

Лекция 4

СКОРОСТИ. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ.

4.1. Теорема о проекциях скоростей двух точек тела

Теорема: проекции скоростей двух точек тела на линию, их соединяющую, равны.

Доказательство: рассмотрим движущееся тело, у которого известны в некоторый момент времени скорости точек A и B соответственно $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ (рис. 4.1). Если выбрать за полюс точку A , то должно выполняться равенство:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{AB}. \quad (4.1)$$

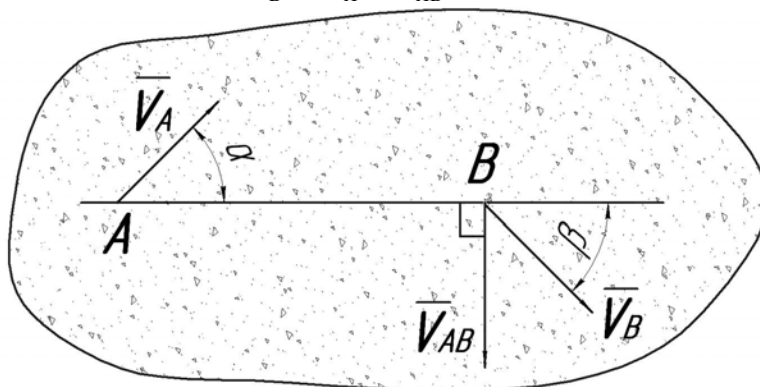


Рис. 4.1

Поскольку $\vec{V}_{AB}$ - скорость чистого вращения точки B вокруг точки A , то она должна располагаться на касательной к соответствующей траектории (окружности радиусом AB с центром в точке A), т.е. перпендикулярно линии AB и, следовательно, ее проекция на линию AB равна 0. Поэтому, если спроецировать вышеприведенное равенство на линию AB , получим:

$$\vec{V}_A \cdot \cos \alpha = \vec{V}_B \cdot \cos \beta. \quad (4.2)$$

4.2. Мгновенный центр скоростей

Мгновенный центр скоростей – это такая точка сечения плоского тела (или жестко связанная с ним), скорость которой в данный момент времени равна нулю.

Теорема: при плоском непоступательном движении тела мгновенный центр скоростей всегда существует только один.

Доказательство: рассмотрим некоторое движущееся тело, имеющее в данный момент времени в точках A и B скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ (рис. 4.2). Проведем перпендикуляры к векторам скоростей в этих точках – они пересекутся в некоторой точке P . Заметим, что проекция скорости точки A на линию AP и проекция скорости точки B на BP равны нулю.

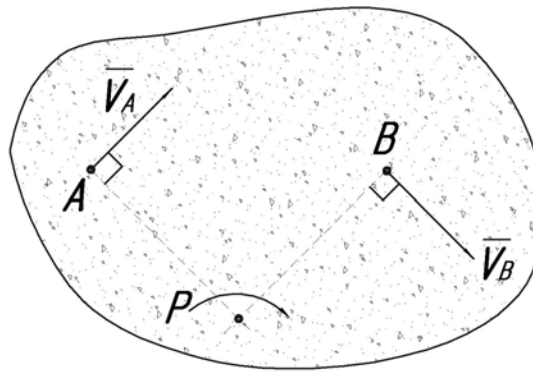


Рис. 4.2

Из теоремы о проекциях скоростей двух точек тела следует, что проекции скоростей всех точек, лежащих на линии AP также должны быть равны нулю, т. е. скорости этих точек должны быть либо перпендикулярны линии AP , либо быть равными нулю. Но, то же самое можно сказать и про точки, лежащие на BP – их скорости либо равны нулю, либо перпендикулярны BP . Тогда про скорость точки P можно сказать, что она равна нулю, поскольку быть одновременно перпендикулярной двум пересекающимся прямым она не может. Точка P и есть *мгновенный центр скоростей*.

Единственность мгновенного центра также следует из приведенного доказательства, так как ни для какой другой точки проекции скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ на линию, соединяющую их с этой точкой, будут равны нулю одновременно.

Следствия:

1. Для определения положения мгновенного центра скоростей необходимо знать направление скоростей двух точек тела. Мгновенный центр скоростей лежит на пересечении перпендикуляров к скоростям, проведенным из этих точек.

2. Чтобы определить угловую скорость вращения тела, необходимо знать положение мгновенного центра и величину скорости какой-либо точки тела. Угловая скорость равна отношению скорости любой точки тела к ее расстоянию до мгновенного центра скоростей. Если выбрать в качестве полюса мгновенный центр скоростей P , то, поскольку его собственная скорость равна нулю, получим:

$$V_A = \omega \cdot AP. \quad (4.3)$$

3. Чтобы определить скорость любой точки тела достаточно знать положение мгновенного центра скоростей и угловую скорость вращения тела. Скорость будет перпендикулярна линии, соединяющей рассматриваемую точку и мгновенный центр, а величина скорости равна произведению угловой скорости на расстояние от точки до мгновенного центра скоростей. Направление скорости следует выбирать в соответствии направлением вращения.

4. Отношение скорости любой точки тела к ее расстоянию до мгновенного центра скоростей есть величина постоянная для всех точек тела в данный момент времени. Поскольку угловая скорость не зависит от выбора полюса и одинакова для всех точек тела, то ее можно выразить через скорости различных точек:

$$\omega = \frac{V_A}{AP} = \frac{V_B}{BP} = \dots = \frac{V_C}{CP}. \quad (4.4)$$

5. Чтобы определить положение мгновенного центра в случае, когда перпендикуляры к скоростям двух точек тела слились в одну линию, необходимо дополнительно провести линию через концы векторов скоростей. Ее пересечение с перпендикуляром к скоростям и будет мгновенным центром скоростей (рис. 4.3).

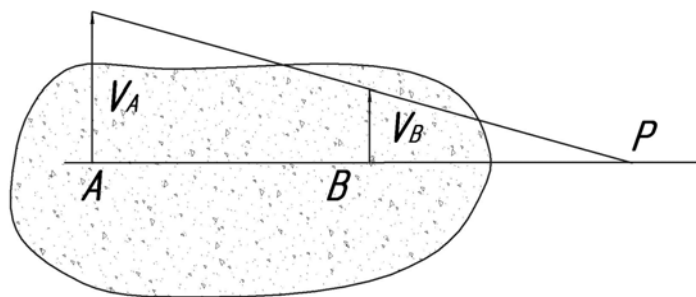


Рис. 4.3.

6. Если перпендикуляры к скоростям двух точек тела оказываются параллельными прямыми (не пересекаются), а также линия AB не перпендикулярна к V_A , то это значит, что тело движется поступательно или мгновенно поступательно и говорят, что мгновенный центр скоростей лежит в бесконечности.

4.3. Сложное движение точки.

Движение тела называется *сложным*, если оно регистрируется в подвижной системе координат. При этом движение тела относительно системы координат называется *относительным*, а движение самой системы координат – *переносным*.

Рассмотрим движение точки в подвижной системе координат (рис. 4.4). За малый промежуток времени Δt точка переместится из положения A в положение B , но одновременно с этим ведь перемещалась и система координат. Следовательно фактически точка окажется в положении C , т. е. $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$

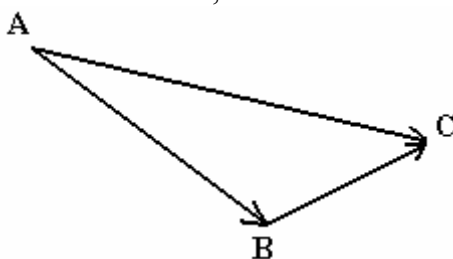


Рис. 4.4.

Поскольку речь идет о малых перемещениях за малые промежутки времени, с незначительной погрешностью можно считать, что $\overline{AC}$ соответствует вектору абсолютной скорости $\overline{V}_{абс}$, $\overline{AB}$ – скорости относительного движения $\overline{V}_{отн}$, $\overline{BC}$ – скорости переносного движения $\overline{V}_{пер}$, т. е. $\overline{V}_{абс} = \overline{V}_{отн} + \overline{V}_{пер}$

Сложение скоростей.

При сложном движении абсолютная скорость точки равна геометрической сумме относительной и переносной скоростей (рис. 4.5).

$$\overline{V}_{аб} = \overline{V}_{от} + \overline{V}_{пер}. \quad (4.5)$$

$$V_{аб} = \sqrt{V_{от}^2 + V_{пер}^2 + 2V_{от} \cdot V_{пер} \cdot \cos \alpha}. \quad (4.6)$$

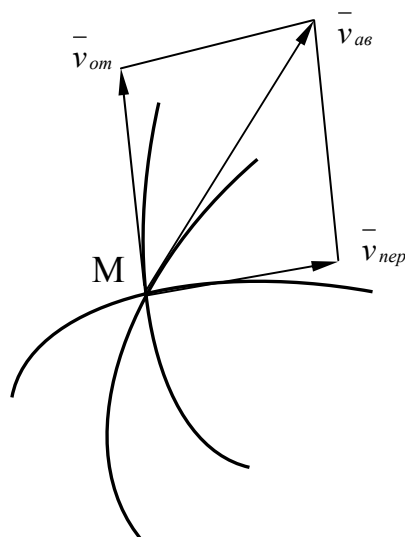


Рис. 4.5.

Сложение ускорений (теорема Кориолиса).

При сложном движении ускорение точки равно сумме трех ускорений: относительного, переносного, кориолисова.

$$\bar{a}_{ab} = \bar{a}_{от} + \bar{a}_{пер} + \bar{a}_{кор} \quad (4.7)$$

Относительное ускорение характеризует изменение относительной скорости только при относительном движении.

$$\bar{a}_{от} = \frac{d\bar{v}_{от}}{dt} \quad (4.8)$$

Переносное ускорение характеризует изменение переносной скорости только при переносном движении.

$$\bar{a}_{пер} = \frac{d\bar{v}_{пер}}{dt} \quad (4.9)$$

Кориолисово ускорение равно удвоенному произведению переносной угловой скорости на относительную скорость точки.

$$\bar{a}_{кор} = 2 (\bar{\omega} \cdot \bar{a}_{от}). \quad (4.10)$$

Вопросы для самоконтроля

1. Теорема о проекциях скоростей двух точек тела.
2. Мгновенный центр скоростей.
3. Сложное движение точки.
4. Сложение скоростей.
5. Сложение ускорений.
6. Кориолисово ускорение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Филатов, Ю.Е. Введение в механику материалов и конструкций [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93704>. — Загл. с экрана.
2. Андреев, В.И. Детали машин и основы конструирования. Курсовое проектирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Андреев, И.В. Павлова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12953>. — Загл. с экрана.

Дополнительная

1. Скотников Д.А., Детали машин: учебное пособие / Д.А. Скотников, А.В. Анисимов, Д.А. Заруцкий - ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ» - Саратов:, ООО Издательский Центр «Наука», 2010. – 112 с. - Б. ц.
2. Гулиа, Н.В. Детали машин [Электронный ресурс] : учеб. / Н.В. Гулиа, В.Г. Клоков, С.А. Юрков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5705>. — Загл. с экрана.

Лекция 5

АКСИОМЫ ДИНАМИКИ. КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ

Динамика изучает движение материальных тел как результат их взаимодействия с другими телами.

Так как мерой взаимодействия является сила, то поведение сил и изменение характеристик движения во времени должны быть взаимосвязаны.

Все задачи динамики можно условно разделить на две категории:

- зная характеристики движения, определить силы, вызвавшие такое движение (*прямая задача*);
- зная силы, определить характеристики движения (*обратная задача*).

При рассмотрении статики силы считались постоянными величинами, в динамике будем учитывать, что сила – величина переменная.

5.1. Аксиомы динамики

Аксиома №1: сила – это векторная величина.

Следовательно, с силами можно совершать те же операции, что и с векторами, т.е. складывать, вычитать, проецировать, умножать на скаляр или другой вектор и т.д.

Аксиома №2: любое материальное тело можно представить как совокупность конечного числа материальных точек.

Аксиома №3: если силы, действующие на материальную точку, уравновешены или отсутствуют, то эта точка сохраняет состояние покоя или движется равномерно и прямолинейно (по инерции).

Движение равномерное и прямолинейное называется *инерционным движением*.

Система координат, в которой выполняется первая аксиома, называется *инерционной системой отсчета*. Не все системы координат являются инерционными, поэтому чтобы пользоваться теоремами и законами динамики, необходимо выбрать систему координат. На практике следует учитывать, что инерционной можно считать только систему координат с центром в центре масс Солнца и осями, направленными на удаленные внегалактические объекты. Систему координат, располагающуюся на поверхности земли, можно считать инерционной условно. При этом погрешность расчетов подавляющего большинства задач о движении тел вблизи поверхности Земли будет достаточно мала.

Аксиома №4: если на материальную точку действует сила, то эта точка будет двигаться с ускорением, прямо пропорциональным этой силе. Коэффициент пропорциональности между силой $\vec{F}$ и ускорением $\vec{a}$ называется *массой* материальной точки m .

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} . \quad (5.1)$$

Поскольку в теоретической механике рассматриваются тела, движущиеся со скоростями только гораздо меньше скорости света, то массу можно считать постоянной величиной.

Возьмем две материальные точки с различными массами, например $m_1 > m_2$, и подействуем на каждую из них одной и той же силой $\vec{F}$. На основании четвертой аксиомы получим:

$$m_1 \vec{a}_1 = m_2 \vec{a}_2 < m_1 \vec{a}_2 \Rightarrow \vec{a}_1 < \vec{a}_2 . \quad (5.2)$$

Видим, что чем больше масса точки, тем медленнее она будет двигаться под действием одной и той же силы при прочих равных условиях.

Инертность – это способность тел сопротивляться попыткам изменить их состояние.

Масса является *мерой инертности* поступательного движения тел. Чем больше масса, тем труднее привести тело в движение и труднее, затем остановить его.

Аксиома №5: две материальные точки действуют друг на друга с силами равными по величине, лежащими на одной прямой и направленными в разные стороны (действие равно противодействию).

5.2. Уравнения движения точки в декартовой системе координат

Рассмотрим движение материальной точки. Пусть на нее действуют силы $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$. Так как речь идет о материальной точке, то эти силы обязательно будут сходящимися, и их можно заменить равнодействующей:

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i, \quad (5.3)$$

где i = от 1 до n .

На основании четвертой аксиомы имеем:

$$m \cdot \vec{a} = \vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad (5.4)$$

Как известно из кинематики, $\vec{a} = (\vec{r})'$, тогда:

$$m \cdot (\vec{r})' = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad (5.5)$$

Если перейти к проекциям, то получим систему дифференциальных уравнений второго порядка, описывающих поведение материальной точки вдоль каждой из осей координат:

$$\begin{cases} m \cdot x'' = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{ix} \\ m \cdot y'' = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{iy} \\ m \cdot z'' = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{iz} \end{cases} \quad (5.6)$$

5.3. Одномерное движение

Движение точки будет *одномерным*, если для его описания достаточно одной оси координат, траектория будет прямой линией.

Выбираем систему координат так, чтобы ось X совпала с траекторией движения. Тогда движение точки может быть описано уравнением:

$$m \cdot x'' = F_x, \quad (5.7)$$

где F_x – сумма проекций всех сил на ось X .

Масса m – величина постоянная, а сила F_x – величина переменная. Рассмотрим только те силы, которые могут зависеть от времени, скорости и координат положения точки приложения силы $F_x = F(t, x', x)$.

При решении и прямой, и обратной задач динамики используется уравнение (5.7). Решая прямую задачу, приходится выполнять операцию дифференцирования, а при решении обратной задачи – операцию интегрирования. Поскольку реальные законы движения и скорости материальных точек являются гладкими непрерывными функциями, то дифференцирование всегда осуществимо и, следовательно, прямая

задача всегда может быть решена аналитически. А вот проинтегрировать можно далеко не всякую даже гладкую функцию, поэтому обратную задачу не всегда можно решить аналитически, ее решение сильно зависит от особенностей действующих сил.

Кроме того, операция интегрирования выполняется с точностью до константы, поэтому уравнение (1.86) необходимо дополнять начальными условиями. В любой задаче механики при решении обратной задачи начальные условия считаются заданными, если начальные значения отсутствуют, то можно принять любые значения.

5.4. Уравнения материальной точки в естественной системе координат

Если уравнение (5.7) разложить по осям естественной системы координат, получим:

$$\begin{cases} m \cdot a_\tau = \sum_{i=1}^n F_i^\tau \\ m \cdot a_\eta = \sum_{i=1}^n F_i^\eta, \\ m \cdot a_\beta = \sum_{i=1}^n F_i^\beta \end{cases} \quad (5.8)$$

Учитывая особенности разложения вектора ускорений в естественной системе координат получим:

$$\begin{cases} m \cdot S'' = \sum_{i=1}^n F_i^\tau \\ m \cdot \frac{V_\tau^2}{\rho} = \sum_{i=1}^n F_i^\eta, \\ 0 = \sum_{i=1}^n F_i^\beta \end{cases} \quad (5.9)$$

где S — закон движения в естественной системе координат.

5.5. Колебательное движение материальной точки

При движении материальной точки может действовать упругая сила, стремящаяся вернуть точку к некоторому положению. Эта упругая сила называется восстанавливающей. В большинстве задач рассматривается восстанавливающая сила F , изменяющаяся по линейному закону (закону Гука) (рис. 5.1). При растяжении пружины эта сила прямо пропорциональна удлинению:

$$F = -c\Delta, \quad (5.10)$$

где Δ — смещение конца пружины из ненапряженного состояния,

c — коэффициент упругости (коэффициент жесткости), численно равный силе, которую надо приложить к пружине для того, чтобы изменить ее длину на единицу, кг/см.

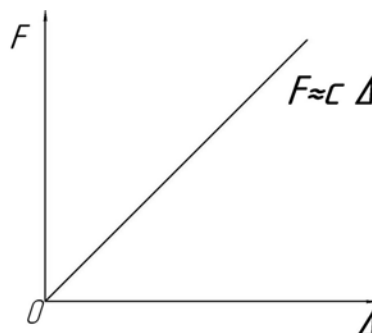


Рис. 5.1

Вообще линейной восстанавливающей называется сила, стремящаяся вернуть точку в положение равновесия и пропорциональная отклонению этой точки от положения равновесия.

Свободные колебания материальной точки.

Свободными называются колебания материальной точки, которые происходят под действием восстанавливающей силы. При движении материальной точки M массой m по горизонтальной оси x (рис. 5.2) под действием восстанавливающей силы F , равной по модулю $F = c \cdot |x|$ (O -положение равновесия точки M), имеет место дифференциальное уравнение движения:

$$x'' + k^2 \cdot x = 0, \quad (5.11)$$

где $k^2 = \frac{c}{m}$

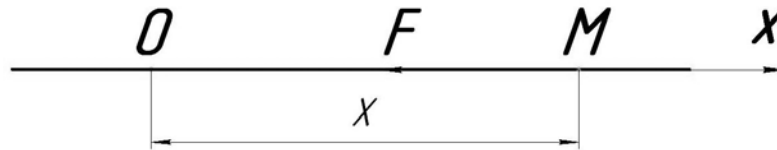


Рис. 5.2

При начальных условиях движения материальной точки, записанных в виде: $t = 0$, $x = x_0$, $x' = x'_0$ закон ее свободных колебаний имеет вид:

$$x = a \cdot \sin(k \cdot t + \alpha) \quad (5.12)$$

т. е. материальная точка совершает гармоническое колебательное движение; a - амплитуда колебаний — наибольшее отклонение колеблющейся точки от положения равновесия:

$$a = \sqrt{x_0^2 + \frac{x'_0{}^2}{k^2}} \quad (5.13)$$

$kt + \alpha$ - фаза колебаний; α – начальная фаза колебаний.

Периодом колебаний T материальной точки называется наименьший промежуток времени, по истечении которого точка имеет ту же координату и ту же проекцию скорости:

$$T = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}}. \quad (5.14)$$

Вынужденные колебания материальной точки. Возмущающая сила.

В теории колебаний возмущающей называется сила, приложенная к материальной точке и заданная как функция времени. Эта сила большей частью является непрерывной функцией времени (рис. 5.3).

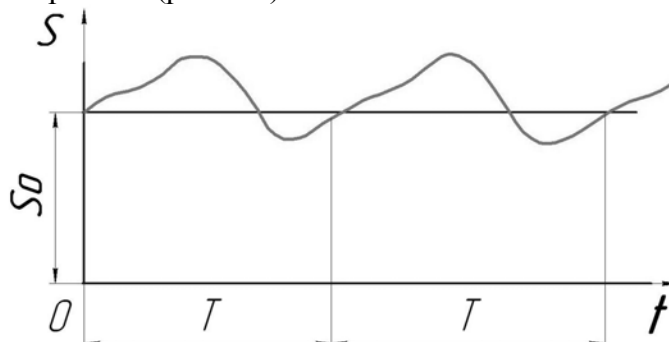


Рис. 5.3

В механизмах возмущающая сила возникает в результате неточной балансировки вращающихся частей машин (турбинных дисков, роторов электромоторов, маховиков), либо при наличии периодически изменяющейся силы давления воды, газа или пара в цилиндрах двигателей и т. д.

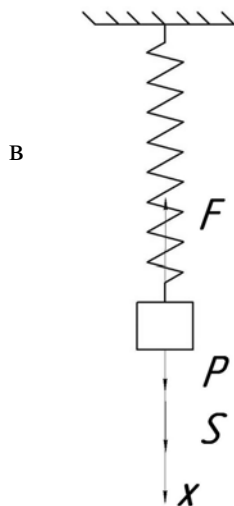
Простейшей является возмущающая сила S , изменяющаяся по гармоническому закону:

$$S = H \cdot \sin(p \cdot t + \delta) \quad (5.15)$$

где H — наибольшая величина возмущающей силы (амплитуда силы), кг,

p — круговая частота изменения возмущающей силы, сек⁻¹,

δ — начальная фаза.



Вынужденные колебания материальной точки вызываются действием системы сил, в составе которой имеются восстанавливающая сила F и возмущающая сила S . На рис. 5.4 ось x направлена вдоль линий действия сил F и S . Начало отсчета выбрано в положении статического равновесия материальной точки. Сила S условно направлена вниз, однако, как следует из закона ее изменения, направление является переменным.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки имеет вид:

$$x'' + k^2 \cdot x = h \cdot \sin(p \cdot t + \delta), \quad (5.16)$$

Рис. 5.4

$$\text{где } k^2 = \frac{c}{m}, h = \frac{H}{m}$$

Амплитуда вынужденных колебаний a — величина наибольшего динамического смещения материальной точки, равна:

$$a = \frac{h}{k^2 - p^2} \quad (5.17)$$

5.6. Кинетическая энергия механической системы

Кинетическая энергия материальной точки — это половина произведения массы точки на её скорость:

$$E_i = \frac{m_i v_i^2}{2}, \quad (5.18)$$

Кинетическая энергия механической системы — это сумма кинетических энергий всех точек системы:

$$E = \sum_{i=1}^n E_i. \quad (5.19)$$

Теорема: кинетическая энергия тела, которое движется плоскопараллельно, равна сумме массы тела, умноженной на половину квадрата скорости центра масс тела и половине произведения собственного момента инерции тела на квадрат угловой скорости.

$$E_{\text{плпар}} = m \frac{v_c^2}{2} + J_c \frac{\omega^2}{2}. \quad (5.20)$$

Следствия:

1. При поступательном движении тела его кинетическая энергия равна половине произведения массы тела на квадрат скорости любой точки тела.

Действительно, поступательное движение можно считать частным случаем плоскопараллельного при отсутствии вращения, т.е. при $\omega = 0$. Кроме того, при поступательном движении скорости всех точек тела равны. Тогда из выражения (1.99):

$$E_{\text{поступ}} = m \frac{v_c^2}{2}, \quad (5.21)$$

2. При вращательном движении тела его кинетическая энергия равна половине произведения момента инерции тела относительно оси вращения на квадрат угловой скорости.

Пусть тело вращается относительно оси, находящейся на расстоянии b от центра масс тела. Тогда скорость центра масс:

$$v_c = \omega \cdot b, \quad (5.22)$$

Из формулы (1.99) будем иметь:

$$E_{\text{вращ}} = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{J_c \omega^2}{2} = \frac{m\omega^2 b^2}{2} + \frac{J_c \omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} (mb^2 + J_c) \quad (5.23)$$

Выражение в скобках есть *момент инерции* относительно действительной оси вращения.

Вопросы для самоконтроля

1. Первая аксиома динамики.
2. Вторая аксиома динамики.
3. Третья аксиома динамики.
4. Четвертая аксиома динамики.
5. Пятая аксиома динамики.
6. Одномерное движение.
7. Свободные колебания.
8. Вынужденные колебания.
9. Кинетическая энергия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Филатов, Ю.Е. Введение в механику материалов и конструкций [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93704>. — Загл. с экрана.

2. Андреев, В.И. Детали машин и основы конструирования. Курсовое проектирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Андреев, И.В. Павлова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12953>. — Загл. с экрана.

Дополнительная

1. Скотников Д.А., Детали машин: учебное пособие / Д.А. Скотников, А.В. Анисимов, Д.А. Заруцкий - ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ» - Саратов:, ООО Издательский Центр «Наука», 2010. – 112 с. - Б. ц.

2. Гулиа, Н.В. Детали машин [Электронный ресурс] : учеб. / Н.В. Гулиа, В.Г. Клоков, С.А. Юрков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5705>. — Загл. с экрана.

Лекция 6

РАБОТА И МОЩНОСТЬ

6.1. Работа

Элементарная работа силы – это скалярное произведение силы на вектор элементарного перемещения точки приложения силы:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = |\vec{F}| \cdot |d\vec{r}| \cdot \cos(\vec{F} \wedge d\vec{r}), \quad (6.1)$$

где $\vec{F} \wedge d\vec{r}$ – угол между направлением действия силы и направлением элементарного перемещения.

Из формулы видно, что:

- если направления силы и перемещения совпадают, то работа равна произведению силы на перемещение;
- если направления силы и перемещения перпендикулярны друг другу, то работа равна нулю;
- если угол между силой и перемещением больше прямого угла, то работа силы будет величиной отрицательной.

Полная работа силы на конечном перемещении – это сумма всех элементарных работ данной силы

$$A = \int_{r_0}^{r_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{r_0}^{r_1} |\vec{F}| \cdot |d\vec{r}| \cdot \cos(\vec{F} \wedge d\vec{r}). \quad (6.2)$$

Приведем несколько случаев определения работ для разного вида сил. Для простоты будем считать, что сила и перемещение совпадают по направлению. Если это не так, то результат надо умножить на косинус соответствующего угла.

Работа постоянной силы

Так как $\vec{F} = \text{const}$, то по свойствам интегрирования:

$$A_{\text{пост}} = \int_{r_0}^{r_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \vec{F} \cdot \int_{r_0}^{r_1} d\vec{r} = \vec{F} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_0). \quad (6.3)$$

Работа постоянной силы равна скалярному произведению силы на полное перемещение точки приложения силы.

Кроме того, работа постоянной силы не зависит от траектории перемещения точки приложения силы, а определяется только ее начальным и конечным положениями или работа постоянной силы равна скалярному произведению силы на полное перемещение точки приложения силы в направлении действия силы.

Работа силы тяжести

Для определения работы, которую совершает сила тяжести P , рассмотрим движение тела вниз по наклонной плоскости (рис. 6.1).

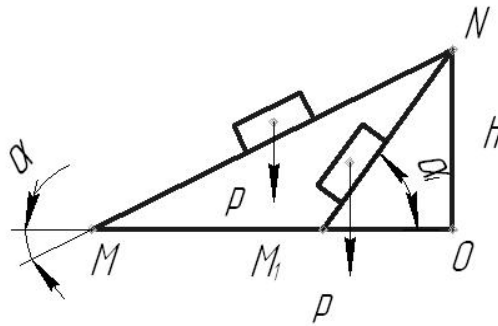


Рис. 6.1

При скольжении по наклонным плоскостям работа силы тяжести определяется высотой h , на которую опускается груз, и не зависит от угла наклона плоскости.

Проекция NO перемещения $s=MN$ на направление силы тяжести, т. е. на вертикаль, равна высоте h наклонной плоскости. Согласно определению работы:

$$A = F \cdot s, \quad (6.4)$$

т. е. работа силы равна проекции перемещения точки ее приложения на направление силы, умноженной на величину силы.

Работа силы тяжести при перемещении тела вдоль наклонной плоскости из точки N в точку M будет равна силе тяжести, умноженной на высоту наклонной плоскости:

$$A = P \cdot h. \quad (6.5)$$

Тот же результат получится и для наклонной плоскости NM_1 . Таким образом, работа силы тяжести не зависит от угла наклона, а только от высоты наклонной плоскости; сила тяжести совершила бы такую же работу и в том случае, если бы груз опустился на такое же расстояние прямо по вертикали.

Отсюда можно сделать вывод: по какому бы пути ни опускался груз, сила тяжести P совершает работу

$$A = P \cdot h. \quad (6.7)$$

где h — высота, на которую опустился груз. Действительно, любой путь можно представить себе состоящим из большого числа участков различных наклонных плоскостей (рис. 6.2). Работа на каждом участке определяется высотой, на которую опустился груз при перемещении по этому участку. Работа же по всему пути равна действующей на груз силе тяжести, умноженной на полную высоту, на которую опустился груз.

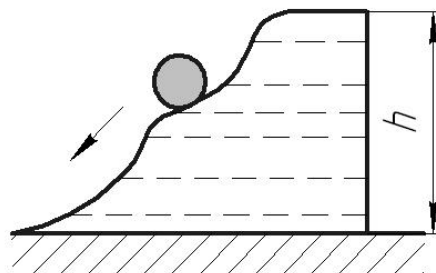


Рис. 6.2

Любой путь можно представить как совокупность большого числа малых участков наклонных плоскостей.

Аналогичный вывод можно сделать и для подъема данного тела по наклонной плоскости или какому-либо другому пути. В этом случае работа против силы тяжести также не будет зависеть от формы пути, а только от высоты поднятия.

6.2. Принцип Д'Аламбера

Сила инерции материальной точки – это условная сила, линия действия которой противоположна действительному ускорению точки и равная по величине произведению массы точки на её ускорение:

$$\bar{F}_i^{un} = -m_i \bar{a}_i, \quad (6.8)$$

Сила инерции механической системы – это сумма сил инерции всех точек системы:

$$\bar{F}^{un} = -\sum_{i=1}^n m_i \bar{a}_i. \quad (6.9)$$

Теорема: Сила инерции механической системы равняется произведению массы всей системы на ускорение её центра масс, взятое с обратным знаком:

$$\bar{F}^{un} = -\frac{d^2}{dt^2}(m\bar{r}_c) = -m(\bar{r}_c)'' = -m\bar{a}_c, \quad (6.10)$$

при вращательном движении $\bar{a}_c = \omega^2 \bar{r}_c$.

Центр инерции системы – точка приложения силы инерции системы.

Положение центра инерции ищется как точка приложения равнодействующей всех элементарных сил инерции. Следует помнить, что поскольку силы инерции могут вести себя не так, как силы тяжести, то Центр инерции и центр тяжести тела могут не совпадать.

Инерционный момент – это условный момент, который действует относительно оси вращения тела и равен произведению момента инерции тела относительно этой оси на угловое ускорение тела, взятое с противоположным знаком:

$$\bar{M}^{un} = -J \cdot \bar{\varepsilon}, \quad (6.11)$$

Принцип Д'Аламбера: если к заданным внешним силам, действующим в системе, добавить силы инерции тел и их инерционные моменты, то можно считать, что система находится в равновесии.

Доказательство: в общем случае движение материального тела описывается двумя векторными уравнениями:

$$\begin{cases} m \cdot \bar{a}_c = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i \\ J_c \cdot \bar{\varepsilon} = \sum_{i=1}^n \bar{M}_i \end{cases}, \quad (6.12)$$

де $\bar{a}_c$ – ускорение центра масс тела;

J_c – собственный момент инерции тела.

С учетом теоремы о силе инерции механической системы и определения силы инерции (1.111) и инерционного момента (1.112)

$$\begin{cases} -\bar{F}^{un} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i^{внеш} \\ -\bar{M}^{un} = \sum_{i=1}^n \bar{M}_i^{внеш} \end{cases}, \quad (6.13)$$

Если собрать все слагаемые в одну часть, то:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \bar{F}_i^{\text{внеш}} + \bar{F}^{\text{ин}} = 0 \\ \sum_{i=1}^n \bar{M}_i^{\text{внеш}} + \bar{M}^{\text{ин}} = 0 \end{array} \right. , \quad (6.14)$$

Полученные уравнения совпадают с уравнениями, описывающими равновесное положение тела, хотя тело находится в движении.

6.3. Количество движения механической системы

Количество движения материальной точки есть произведение массы точки на ее скорость

$$\bar{Q}_i = m_i \bar{V}_i. \quad (6.15)$$

Количество движения механической системы это сумма количеств движения всех точек системы

$$\bar{Q} = \sum_{i=1}^n \bar{Q}_i = \sum_{i=1}^n m_i \bar{V}_i. \quad (6.16)$$

При использовании формулы (6.16), не обязательно разбивать систему только на материальные точки: можно на отдельные тела или группы тел, но внутри этих групп не должно быть относительных смещений.

Теорема: количество движения системы материальных тел равно произведению массы всей системы на скорость ее центра масс:

$$\bar{Q} = \sum_{i=1}^n m_i \bar{V}_i = m \bar{V}_c, \quad (6.17)$$

Следствие. Количество движения тела равно произведению массы на скорость его центра масс.

Термин «элементарный» в сочетании с какой-либо характеристикой означает дифференциал этой характеристики.

Термин «сумма элементарных» в сочетании с какой-либо характеристикой означает интеграл этой характеристики.

Элементарный импульс силы – это произведение силы на элементарный промежуток времени действия силы:

$$d\bar{I} = \bar{F} \cdot dt, \quad (6.18)$$

Полный импульс силы – это сумма всех элементарных импульсов в течение времени действия силы:

$$\bar{I} = \int_{t_0}^{t_1} \bar{F} \cdot dt. \quad (6.19)$$

6.4. Момент количества движения механической системы

Момент количества движения материальной точки (кинетический момент) относительно выбранной точки пространства – это результат векторного произведения вектора, проведенного из выбранной точки в любую точку линии действия силы на вектор количества движения материальной точки:

$$\bar{K}_i = \bar{r}_i \cdot \bar{Q}_i = \bar{r}_i \cdot m_i \bar{v}_i. \quad (6.20)$$

Момент количества движения механической системы (кинетический момент системы) относительно выбранной точки пространства – это сумма моментов количества движения всех материальных точек системы относительно той же точки:

$$\bar{K} = \sum_{i=1}^n \bar{K}_i = \sum_{i=1}^n (\bar{r}_i \times \bar{Q}_i) = \sum_{i=1}^n (\bar{r}_i \times m_i \bar{V}_i). \quad (6.21)$$

Ограничимся рассмотрением только плоских задач. В этом случае аналогично моменту силы можно считать, что момент количества движения точки является скалярной величиной и равен:

$$K_i = m_i v_i h_i. \quad (6.22)$$

где v_i – модуль вектора скорости точки;
 h_i – плечо.

Знак момента количества движения выбирается так же, как и знак момента силы.

Теорема: момент количества движения поступательно движущегося тела равен произведению массы тела на скорость любой точки тела и на плечо скорости центра масс относительно выбранной точки:

$$K_{ном} = m V h_c. \quad (6.23)$$

где h_c – плечо скорости центра масс системы относительно выбранной точки.

Теорема: Момент количества движения вращающегося тела равен произведению момента инерции тела относительно оси вращения на угловую скорость:

$$K_{вращ} = \sum_{i=1}^n (m_i V_i h_i) = \sum_{i=1}^n (m_i \omega h_i^2) = \omega \cdot \sum_{i=1}^n (m_i h_i^2) = J \omega. \quad (6.24)$$

где h_i – расстояние от рассматриваемой точки до оси вращения.

Теорема: момент количества движения тела движущегося плоскопараллельно равен сумме момента количества движения центра масс тела относительно выбранной точки и произведения собственного момента инерции тела на угловую скорость:

$$K_{плпар} = m V_c h_c + J_c \omega. \quad (6.25)$$

Элементарный импульс – это произведение момента силы на элементарный промежуток времени действия силы

$$d\bar{S} = \bar{M} \cdot dt, \quad (6.26)$$

6.5. Принцип возможных перемещений

Возможное перемещение – это любое бесконечно малое перемещение произвольной точки тела, которое допускают наложенные на тело связи без изменения самой связи.

Идеальная связь – это связь, у которой сумма возможных работ всех её реакций на всех возможных перемещениях системы равна нулю.

Все связи, которые рассматривались до этого, исключая шероховатую поверхность, являются идеальными.

Активная сила – любая сила, действующая в системе, исключая силы реакции. Из определения идеальных связей следует, что работа реактивных сил в случае системы с идеальными связями всегда равна нулю.

Число степеней свободы системы – это количество линейно независимых возможных обобщенных перемещений системы. Выбирать независимые перемещения можно произвольным образом. Так плоское тело, покоящееся на плоскости (рис. 6.3), имеет множество возможных перемещений (вправо, влево, вверх под углом), но линейно независимых

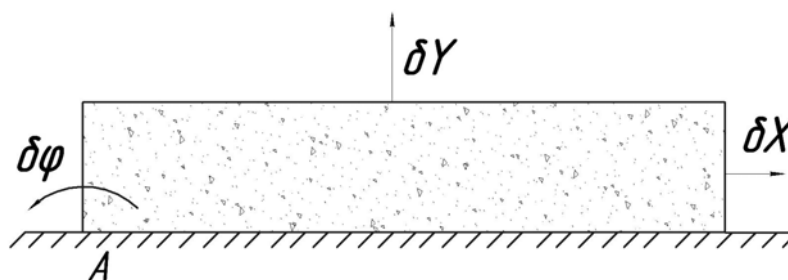


Рис. 6.3

- только три (например, горизонтальное смещение δx , вертикальное смещение вверх δy и угол поворота вокруг точки A - $\delta\varphi$).

Принято обозначать возможные перемещения символом “ δ ” перед перемещением. Следует отличать возможные перемещения от действительных. Возможных может быть множество, а действительных только одно. Действительное перемещение обязательно входит в число возможных.

Принцип возможных перемещений: для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма элементарных работ всех действующих на нее активных сил при любом возможном перемещении системы была равна нулю.

$$\sum_{i=1}^{n+k} \delta A_i^{\text{акт}} = 0 \quad (6.27)$$

Вопросы для самоконтроля

1. Элементарная работа.
2. Работа постоянной силы.
3. Работа силы тяжести.
4. Принцип Д Аламбера.
5. Количество движения механической системы.
6. Момент количества движения механической системы.
7. Число степеней свободы.
8. Принцип возможных перемещений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Филатов, Ю.Е. Введение в механику материалов и конструкций [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93704>. — Загл. с экрана.
2. Андреев, В.И. Детали машин и основы конструирования. Курсовое проектирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Андреев, И.В. Павлова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12953>. — Загл. с экрана.

Дополнительная

1. Скотников Д.А., Детали машин: учебное пособие / Д.А. Скотников, А.В. Анисимов, Д.А. Заруцкий - ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ» - Саратов:, ООО Издательский Центр «Наука», 2010. – 112 с. - Б. ц.

2. Гулиа, Н.В. Детали машин [Электронный ресурс] : учеб. / Н.В. Гулиа, В.Г. Клоков, С.А. Юрков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5705>. — Загл. с экрана.

Лекция 7.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ПРОЧНОСТИ

7.1. Основные допущения и гипотезы.

Сопротивление материалов является наукой о прочности, она обобщает инженерный опыт и разрабатывает основы проектирования надежных деталей конструкций.

Сопротивление материалов – инженерная наука, для нее характерны простые приемы расчета и широкое применение экспериментальных методов оценки.

При исследовании элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость в сопротивлении материалов используют ряд предпосылок (допущений), упрощающих расчеты. Эти предпосылки, как показывают эксперименты, проведенные более строгими методами теории упругости, можно использовать при решении большинства задач, рассматриваемых в сопротивлении материалов. В некоторых случаях, специально оговариваемых, часть допущений использовать нельзя, так как это дало бы неправильные результаты.

1) Материал конструкции является однородным и сплошным, т.е. его свойства не зависят от формы и размеров тела и одинаковы во всех его точках.

Это положение позволяет не принимать во внимание дискретную, атомистическую структуру вещества и тем более движение отдельных молекул, составляющих тело. Оно применяется даже при расчете конструкций из такого неоднородного материала, как бетон, состоящего из щебня, связанного цементным раствором. Это можно делать потому, что размеры отдельных частиц материала невелики по сравнению с размерами сечений элементов конструкции.

Данная предпосылка позволяет, рассматривая при теоретическом анализе бесконечно малый элемент конструкции, наделять его свойствами, которыми обладает объем тела реальных размеров.

2. Материал конструкции изотропен, т. е. свойства его по всем направлениям одинаковы.

Эта предпосылка используется при решении большинства задач сопротивления материалов, хотя для некоторых материалов она весьма условна (например, для дерева, свойства которого в направлениях вдоль и поперек волокон различны). Такие материалы, свойства которых в различных направлениях различны, называются *анизотропными*. При решении некоторых задач необходимо учитывать различные свойства материала в различных направлениях, т. е. его *анизотропию*.

3. Материал конструкции обладает свойством идеальной упругости, т. е. способностью полностью восстанавливать первоначальную форму и размеры тела после устранения причин, вызвавших его деформацию. Деформация идеально упругого тела в каждый момент времени зависит только от нагрузок, действующих в этот момент на тело, и не зависит от того, в какой последовательности нагрузки приложены.

Эта предпосылка справедлива лишь при напряжениях, не превышающих для данного материала определенной, постоянной величины, называемой *пределом упругости*. При напряжениях, превышающих предел упругости, в материале возникают или пластические (остаточные) деформации, не исчезающие после снятия нагрузки, или упруго - пластические — частично исчезающие.

Предпосылка об идеальной упругости материала используется при решении большинства задач сопротивления материалов.

4. Деформации материала конструкции в каждой его точке прямо пропорциональны напряжениям в этой точке.

Данная предпосылка, впервые сформулированная Р. Гуком, называется законом Гука.

Закон Гука справедлив для большинства материалов, но для каждого из них лишь при напряжениях, не превышающих некоторой величины (*предела пропорциональности*). Этот закон используется при решении большинства задач сопротивления материалов.

5. Деформации конструкции предполагаются настолько малыми, что можно не учитывать их влияния на взаимное расположение нагрузок и на расстояния от нагрузок до любых точек конструкции.

Вопрос о возможности применения этой предпосылки решается в каждом отдельном случае с учетом не только вида конструкции, но также характера и величины действующей на нее нагрузки.

6. Результат воздействия на конструкцию системы нагрузок равен сумме результатов воздействия каждой нагрузки в отдельности.

Это положение носит название *принципа независимости действия сил*. Его часто называют также *принципом наложения*. Он применим в тех случаях, когда могут быть использованы закон Гука и предпосылка о малости деформаций, так как является их следствием.

7. Поперечные сечения бруса, плоские и нормальные к оси бруса до приложения к нему нагрузки, также остаются плоскими и нормальными к его оси при действии нагрузки.

Эта предпосылка называется *гипотезой плоских сечений* или *гипотезой Бернулли*. Она играет исключительно важную роль в сопротивлении материалов и используется при выводе большинства формул для расчета брусев.

8) Принцип, утверждающий, что в точках тела, достаточно удаленных от места приложения сил, внутренние силы практически не зависят от характера распределения внешних сил (и зависят лишь от статического эквивалента последних) называется *принципом Сен-Венана*.

7.2. Модели прочностной надежности.

Введем основные понятия, принимаемые при изучении дисциплины.

Прочность – это способность конструкции выдерживать заданную нагрузку, не разрушаясь.

Жесткость – способность твердого тела сопротивляться изменению геометрических размеров и формы.

Деформирование – свойство конструкции изменять свои геометрические размеры и форму под действием внешних сил

Устойчивость – способность твердого тела (конструкции) сохранять свое состояние (равновесия или движения) при внешних воздействиях.

Надежность – свойство конструкции выполнять заданные функции, сохраняя свои эксплуатационные показатели в определенных нормативных пределах в течение требуемого промежутка времени.

Ресурс – допустимый срок службы изделия. Указывается в виде общего времени наработки или числа циклов нагружения конструкции.

Отказ – нарушение работоспособности конструкции.

Прочностной надежностью называется отсутствие отказов, связанных с разрушением или недопустимыми деформациями элементов конструкции.

На рис.7.1 приведена структура модели прочностной надежности. Она включает известные модели или ограничения, которые априорно накладываются на свойства материалов,



Рис.7.1. Структура модели прочностной надежности элементов конструкций

геометрию, формы изделия, способы нагружения, а также модель разрушения. Инженерные модели сплошной среды рассматривают материал как сплошное и однородное тело, наделенное свойством однородности структуры. Модель материала наделается свойствами упругости, пластичности и ползучести.

Упругостью называется свойство тела восстанавливать свою форму после снятия внешних нагрузок.

Пластичностью называется свойство тела сохранять после прекращения действия нагрузки деформацию.

Ползучестью называется свойство тела увеличивать деформацию при постоянных внешних нагрузках.

Основными моделями формы в моделях прочностной надежности, как известно, являются: стержни (балки), пластины, оболочки и пространственные тела (массивы) (рис.7.2).

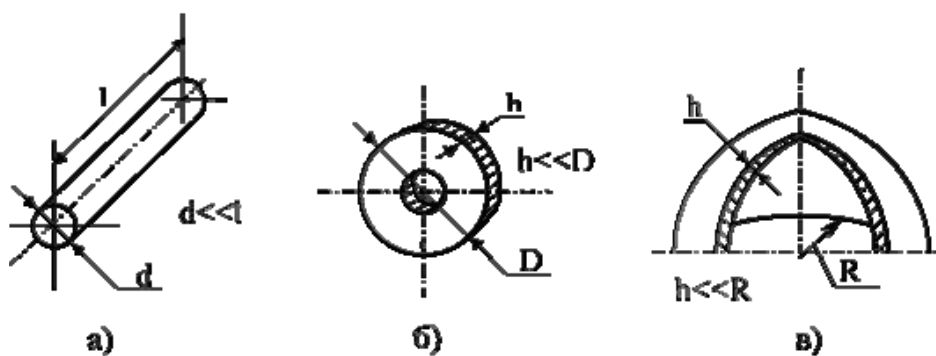


Рис.7.2 Основные модели формы в моделях прочностной надежности:
а) стержень (балка), б) пластина, в) оболочка.

Балка, стержень, брус – тело, поперечные размеры которого малы по сравнению с его длиной.

Пластина – тело ограниченное плоскими или слабоизогнутыми плоскостями, обладающими малой толщиной.

Оболочка – тело ограничено двумя поверхностями, имеющее малую толщину по сравнению с радиусом кривизны и длиной.

Пространственное тело или массив – это модель, размеры которой соизмеримы во всех направлениях.

Модель нагружения

Внутренние силы – силы взаимодействия между собой отдельных частей тела или детали.

Внешние силы – возникают под воздействием сопряженных деталей (тел).

При схематизации условий работы, в расчеты вводят упрощенные системы сил. Они подразделяются:

Сосредоточенные – силы, действующие на небольших участках поверхности детали (давление колеса на рельсы и т.п.). Распределенные – силы, приложенные к значительным участкам поверхности (например, давление пара в паропроводе, трубопроводе, котле, давление воздуха на крыло самолета и т.д.). Объемные или массовые силы приложены к каждой частице материала (например, силы тяжести, силы инерции).

По характеру изменения во времени нагрузки подразделяются:
а) статические (рис. 7.3); б) переменные (рис. 7.4).

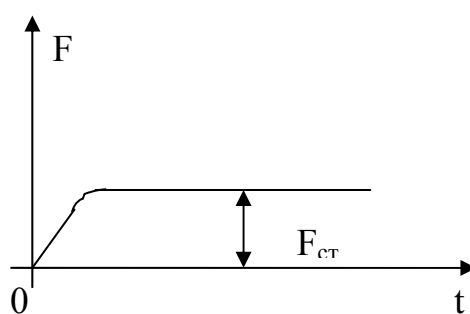


Рис.7.3 Статическая нагрузка.

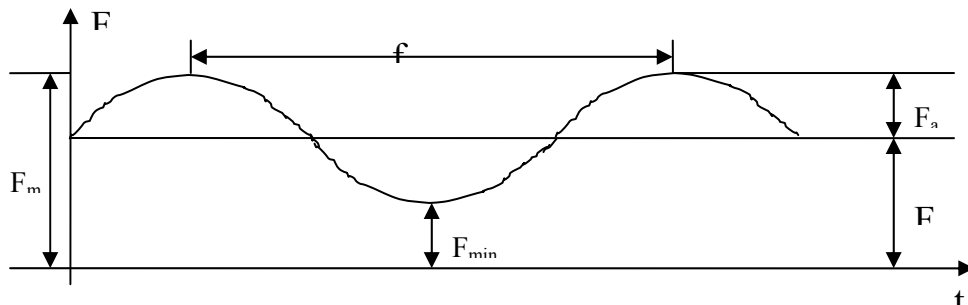


Рис.7.4 Переменная нагрузка.

Переменные нагрузки (периодически изменяемые во времени), характеризуются: амплитудой F_a , средней силой F_m , частотой нагружения f , формой цикла (каким-либо законом).

7.3. Модели разрушения

После обоснованного выбора моделей формы, материала, нагружения переходят к непосредственной оценке надежности с помощью моделей разрушения. Модели разрушения представляют собой уравнения, связывающие параметры работоспособности элемента конструкции в момент разрушения с параметрами, обеспечивающими прочность. Эти уравнения (условия) называют условиями прочности. Обычно рассматриваются в зависимости от условий нагружения четыре модели разрушения: статического разрушения, длительно статического разрушения, малоциклового статического разрушения, усталостного разрушения.

При малом числе циклов ($N < 10^2$) развиваются значительные пластические деформации (статическое разрушение), при большом числе циклов ($N > 10^5$) пластические деформации отсутствуют (усталостное разрушение). В промежуточной области ($10^2 < N < 10^5$) разрушение носит смешанный характер (малоцикловое разрушение). Если на элемент конструкции действует высокая температура (для алюминиевых сплавов свыше $200\text{ }^{\circ}\text{C}$, для стальных и титановых сплавов свыше $400\text{ }^{\circ}\text{C}$, для жаропрочных сплавов свыше $600\text{ }^{\circ}\text{C}$), то в этом случае рассматривается так называемая длительная прочность материала.

7.4. Основные виды деформации

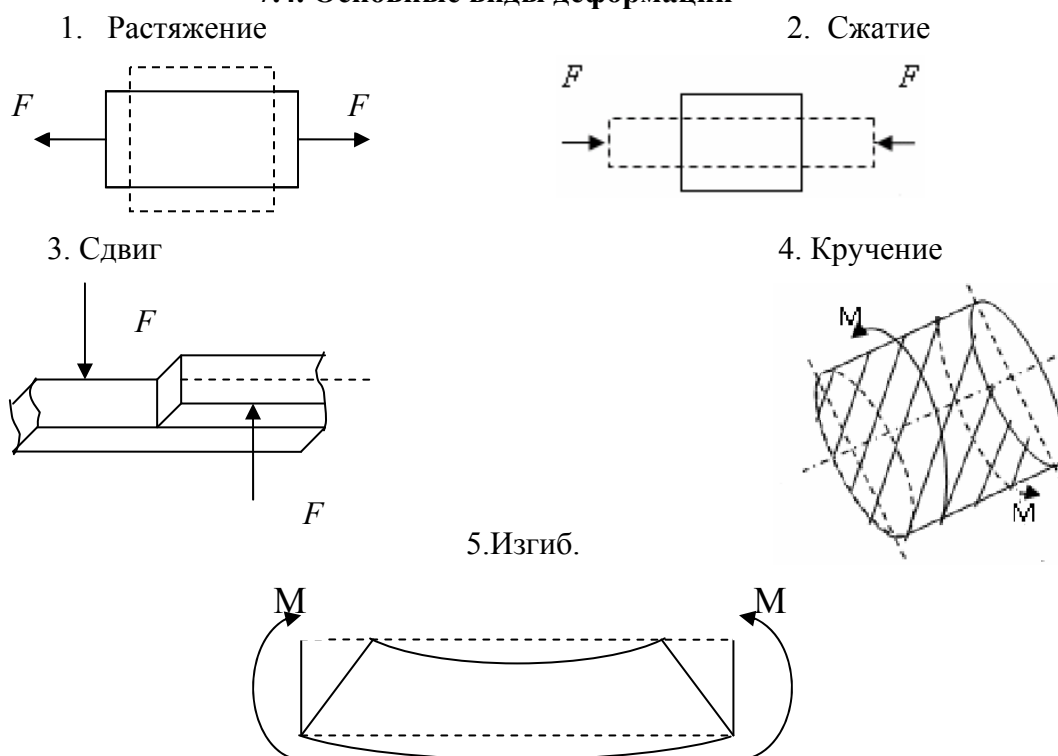


Рис.7.5. Основные виды деформации

6. Сложная деформация.
(растяжение и кручение, изгиб и растяжение, изгиб и кручение)

7.5. Внутренние силы. Метод сечений

Рассмотрим тело произвольной формы в “спокойном”, ненагруженном состоянии. Между его частицами всегда существуют силы взаимодействия, которые стремятся сохранить его как единое целое, то есть препятствуют изменению взаимного расположения частиц. При нагружении тела произвольной внешней нагрузкой силы взаимодействия между частицами изменяются, появляются дополнительные силы взаимодействия, которые приводят к изменению взаимного расположения частиц тела, то есть к его деформации.

Эти дополнительные силы взаимодействия называются внутренними силами упругости (ВСУ) и являются предметом изучения сопротивления материалов.

Анализ характера распределения внутренних сил упругости осуществляется при помощи *метода сечений*. Это метод, позволяющий выявить внутренние усилия в сечении стержня, перевести их в разряд внешних сил и определить их численные значения.

Рассмотрим тело произвольной формы, нагруженное самоуравновешенной системой сил (рис. 7.6,а). В интересующем нас сечении мысленно разрежем его плоскостью на две части (рис. 7.6,б).

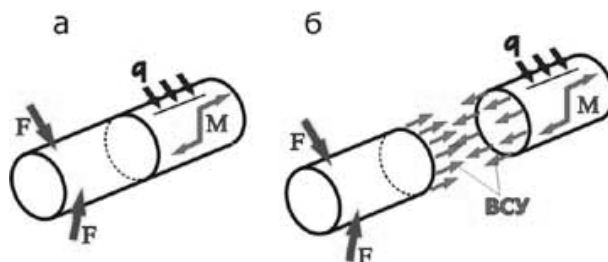


Рис.7.6. Тело, нагруженное самоуравновешенной системой сил

Внутренние силы упругости определяют взаимодействие между частицами тела, расположенными по разные стороны от мысленно проведенного сечения. В разных сечениях тела возникают разные внутренние силы упругости, но по принципу действия и противодействия они всегда взаимны. Правая отсеченная часть тела действует на левую точно так же, как и левая, на правую, а это означает, что равнодействующая внутренних сил может определяться из условий равновесия, как левой отсеченной части тела, так и правой.

Из курса теоретической механики известно, что любую произвольную систему сил можно привести к центру тяжести сечения. В результате внутренние силы упругости, действующие в рассматриваемом сечении, приводятся к главному вектору R и главному моменту M . Выберем прямоугольную систему координат $OXYZ$ так, что ось Z будет направлена по нормали к поперечному сечению, а оси X и Y лежат в плоскости сечения. Проецируя главный вектор R на каждую из осей, а главный момент M на каждую из координатных плоскостей, получим шесть величин: 3 силы и 3 момента, которые называются внутренними силовыми факторами (рис.7.7).

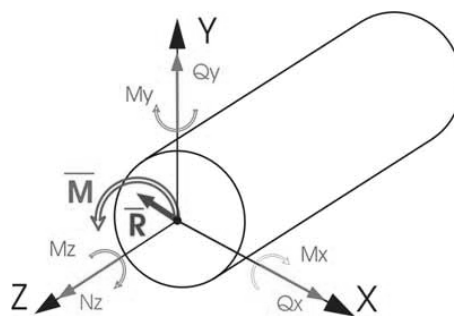


Рис.7.7 Схема внутренних силовых факторов

Полученные таким образом шесть внутренних силовых факторов (ВСФ) имеют строго определенные названия:

N_z – продольная (нормальная) сила;

Q_x, Q_y – поперечные (перерезывающие) силы;

M_x, M_y – изгибающие моменты;

M_z – крутящий момент.

Иногда обозначение M_z заменяют на $M_{кр}$ или M_k , более точно отвечающие физическому смыслу этой величины.

График, показывающий, как меняется внутренний силовой фактор по длине рассматриваемого тела, называется *эпюрой*.

Если внешние силы заданы, то внутренние силовые факторы вычисляются на основании условия равновесия, как алгебраические суммы проекций сил и моментов, действующих на мысленно отсеченную часть тела.

Правильность построения эпюры обеспечивается, в первую очередь, надлежащим выбором характерных сечений, то есть тех сечений, в которых величина внутреннего силового фактора обязательно должна быть определена.

К характерным сечениям относятся:

- 1) сечения, расположенные бесконечно близко по обе стороны от точек приложения сосредоточенных сил и моментов;
- 2) сечения, расположенные в начале и в конце каждого участка с распределенной нагрузкой;
- 3) сечения, расположенные бесконечно близко к опорам, а также на свободных концах.

7.6. Виды сопротивлений

В зависимости от характера внешней нагрузки и от особенностей нагружаемого тела, в поперечных сечениях могут возникать не все шесть внутренних силовых факторов, а какой-либо один или некоторая их комбинация. В соответствии с этим различают следующие виды сопротивлений:

Растяжение (или сжатие) – это вид сопротивления, при котором во всех поперечных сечениях возникает только продольная сила N_z .

Кручение – это вид сопротивления, при котором во всех поперечных сечениях возникает только крутящий момент $M_{кр}$.

Чистый изгиб – это вид сопротивления, при котором во всех поперечных сечениях возникает только изгибающий момент M_x (или M_y). Чаще всего изгибающий момент M_x сопровождается наличием поперечной силы Q_y (или момент M_y сопровождается наличием поперечной силы Q_x). В этом случае имеет место *поперечный изгиб*.

Возможны случаи, когда в поперечных сечениях возникают два и более внутренних силовых фактора одновременно (исключая их комбинации, рассмотренные выше), тогда говорят о *сложном сопротивлении*.

Все перечисленные виды сопротивлений будут подробно рассмотрены в дальнейших разделах курса.

7.7. Напряжения и деформации

Напряжение – это числовая мера интенсивности внутренних сил.

Если известно, что внутренние силы распределяются по сечению напряженного тела равномерно, то в этом случае (рис.7.8):

$$P = \frac{N}{A}, \quad (7.1)$$

P – напряжение (внутреннее), Па

N – суммарная сила упругости, Н

A - площадь сечения, мм^2

В общем случае напряжение P на данной площадке dA будет составлять с этой площадкой некоторый угол α .

Нормальное напряжение σ направленно перпендикулярно к площадке, а касательное τ по касательной к сечению.

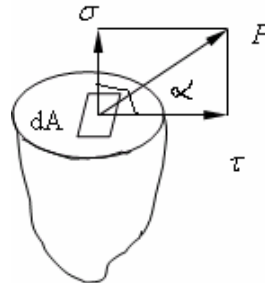


Рис.7.8. Внутренние напряжения

Рассечем брус, находящийся под действием внешних сил, на две части поперечным сечением, отбросим правую часть и приложим для равновесия внутренние силы (рис.2.9).

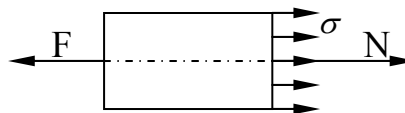


Рис.7.9. Схема бруса.

Равнодействующая сила упругости будет действовать по оси бруса и по величине равна N .

Воспользуемся *гипотезой плоских сечений*: в рассматриваемом брус, все плоские сечения нормальные к оси бруса остаются, и после деформации плоскими и нормальными к оси. Поэтому напряжение во всех точках поперечного сечения будет определяться по формуле:

$$\sigma = \frac{N}{A}. \quad (7.2)$$

Наличие нормального напряжения σ в любой точке поперечного сечения обусловлено возникновением в этом сечении нормальной силы N или изгибающих моментов M_x и M_y . Наличие касательных напряжений τ обусловлено внутренними силовыми факторами, возникающими в плоскости сечения, т.е. поперечными силами Q_x и Q_y или крутящим моментом.

При действии внешних сил наряду с возникновением напряжений происходит изменение объема тела и его формы, т. е. тело деформируется. При этом различают начальное (недеформированное) и конечное (деформированное) состояния тела.

Отнесем недеформированное тело к декартовой системе координат $Oxyz$ (рис. 7.10). Положение некоторой точки M в этой системе координат определяется радиус-вектором $r(x, y, z)$. В деформированном состоянии точка M займет новое положение M' , характеризуемое радиус-вектором $r'(x, y, z)$. Вектор $u = r' - r$ называется *вектором полных перемещений* точки M . Проекции вектора u на координатные оси определяют компоненты вектора перемещений $u(x, y, z)$, $v(x, y, z)$, $w(x, y, z)$.

Перемещение, при котором взаимное расположение точек тела не меняется, не сопровождается деформациями. В этом случае говорят, что тело перемещается как жесткое целое (линейное перемещение в пространстве или поворот относительно некоторой точки). С другой стороны, деформация, связанная с изменением формы тела и его объема, невозможна без перемещения его точек.

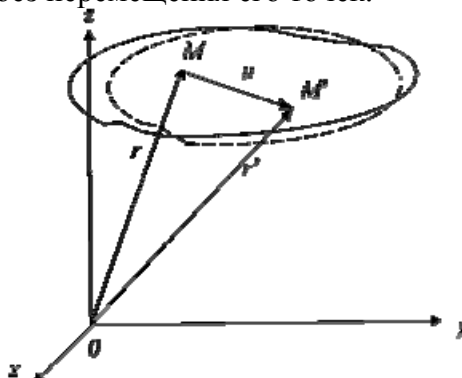


Рис.7.10 Композиция вектора перемещения

Вопросы для самоконтроля

1. Основные допущения и гипотезы «Сопротивления материалов».
2. Основные виды деформации.
3. Модели нагружения. Статические и переменные нагрузки.
4. Модели разрушения
5. Внутренние силы. Метод сечений.
6. Напряжения и деформации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Филатов, Ю.Е. Введение в механику материалов и конструкций [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93704>. — Загл. с экрана.
2. Андреев, В.И. Детали машин и основы конструирования. Курсовое проектирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Андреев, И.В. Павлова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12953>. — Загл. с экрана.

Дополнительная

1. Скотников Д.А., Детали машин: учебное пособие / Д.А. Скотников, А.В. Анисимов, Д.А. Заруцкий - ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ» - Саратов:, ООО Издательский Центр «Наука», 2010. – 112 с. - Б. ц.
2. Гулиа, Н.В. Детали машин [Электронный ресурс] : учеб. / Н.В. Гулиа, В.Г. Клоков, С.А. Юрков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5705>. — Загл. с экрана.

Лекция 8

РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

8.1. Продольная деформация

Возьмем призматический брус с постоянной площадью поперечного сечения A , и приложенные по бокам две равные и противоположно направленные силы F , направленные по оси бруса (рис.8.1)

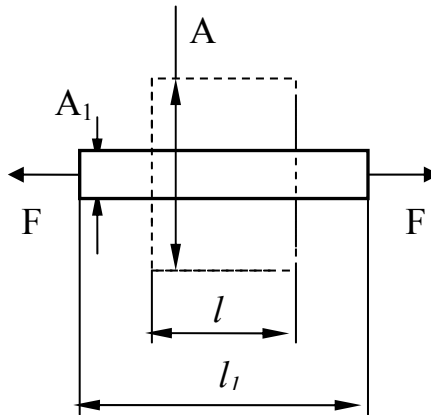


Рис.8.1. Продольная и поперечная деформации

Брус в продольном направлении удлиняется, а его поперечные размеры уменьшаются. Удлинение бруса будет равно $\Delta l = l_l - l$, где Δl – полное или абсолютное удлинение.

Более удобной мерой деформации является относительное удлинение (продольная деформация), определяемая по формуле:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}. \quad (8.1)$$

8.2. Поперечная деформация

Абсолютная поперечная деформация:

$$\Delta A = A - A_l. \quad (8.2)$$

Относительное изменение площади поперечного сечения (поперечная деформация):

$$\varepsilon_0 = \frac{\Delta A}{A}. \quad (8.3)$$

Опытами установлено, что даже при небольших деформациях бруса в продольном направлении его поперечные размеры изменяются.

Поперечные деформации при растяжении или сжатии пропорциональны продольной деформации и характеризуются коэффициентом Пуассона. Коэффициент Пуассона при растяжении равен:

$$\mu = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}, \quad (8.3)$$

ε_0 - поперечное относительное сжатие; ε - продольное относительное удлинение.

При сжатии:

$$\mu = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}, \quad (8.4)$$

ε_0 - поперечное относительное растяжение; ε - продольное относительное сжатие.

Для различных материалов μ составляет от 0 до 0,5, в практических расчетах для стали принимают $\mu=0,32-0,35$.

8.3. Закон Гука

Основной закон сопротивления материалов выражает прямую пропорциональность между нормальным напряжением и продольной деформацией:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (8.5)$$

где E – модуль продольной упругости (модуль Юнга), [Па]
(для стали $E = 210^5$ МПа)

Модуль упругости характеризует жесткость материала, т.е. способность сопротивляться деформациям.

Если в законе Гука расписать продольную деформацию то получим:

$$\Delta l = \frac{\sigma \cdot l}{E}. \quad (8.6)$$

8.4. Диаграммы растяжения

Механические характеристики устанавливают границу безопасности эксплуатации элементов конструкции при статических и динамических нагрузках. К числу основных характеристик относятся: предельное напряжение, твердость, ударостойкость, вязкость, вес конструкционных материалов.

Материалы можно разделить на хрупкие и пластичные.

Пластичные обладают способностью деформироваться в широких пределах. К ним относятся: алюминиевые, медные, золотые сплавы, малоуглеродные стали. Хрупкий материал разрушается без предварительной деформации. К ним относятся: чугун, высокоуглеродные стали, металлы, керамические сплавы, стекло.

Для выполнения расчетов конструкции на прочность необходимо знать свойства материалов, из которых эти конструкции изготовлены. Наиболее распространенным испытанием материалов является испытание на растяжение. Это объясняется тем, что механические характеристики, получаемые при растяжении, позволяют судить о поведении материала при других деформациях: сжатии, сдвиге, кручении и изгибе.

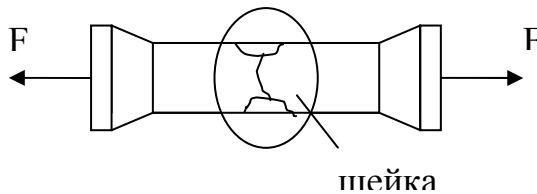


Рис.8.2. Схема образца

Образец постепенно нагружается силой возрастающей от 0 до величины разрушающей образец (рис.8.2). Величина нагрузки измеряется и записывается в виде кривой зависимости между растягивающей нагрузкой и полученным удлинением.

Рассмотрим диаграмму растяжения малоуглеродистой стали (рис.8.3): в начале испытания (до отметки 1 с ординатой $N_{нп}$) удлинение Δl растет пропорционально силе F , тем самым подтверждается закон Гука. Далее удлинение Δl возрастает непропорционально силе F . При некотором значении силы (отметка 2) образец удлиняется без увеличения нагрузки. Это явление называется *текучестью* металла.

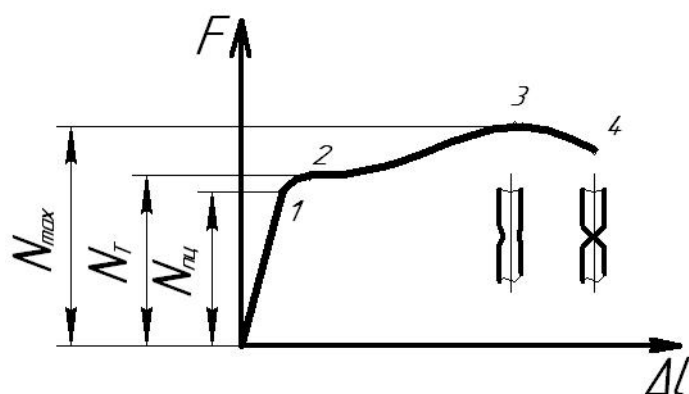


Рис.8.3. Диаграмма растяжения малоуглеродистой стали

По окончании стадии текучести, материал образца снова начинает сопротивляться нагрузке до отметки 3 с ординатой N_{max} , после которой наблюдается снижение сопротивляемости образца нагрузке. Это обстоятельство объясняется тем, что на образце начинает появляться местное сужение (шейка) и в дальнейшем диаграмма фиксирует уже растяжение не всего образца, а только его участка в зоне образовавшейся шейки. Момент окончательного разрушения образца обозначается цифрой 4.

Весьма хрупким материалом является чугун. Для образца из обычного серого литейного чугуна относительное остаточное удлинение при разрыве не превышает 0,015%. При разрыве образцов из хрупких материалов шейка не образуется, и растягивающее усилие растет до момента разрушения (рис.8.4).

Деформации чугуна очень малы, они с самого начала не следуют закону Гука, а потому диаграмма получается криволинейной (кривая 1) (рис.8.4 а).

Диаграмма растяжения чугуна (кривая 2) по характеру аналогична диаграмме сжатия, но предел прочности при растяжении значительно ниже, чем предел прочности при сжатии.

Иными словами, чугун значительно хуже работает на растяжение, чем на сжатие. При сжатии чугунный образец разрушается в результате образования наклонных трещин, направленных примерно под углом 45° к оси образца (как это показано на рис.8.4 б), т. е. параллельно площадкам, в которых действуют наибольшие касательные напряжения.

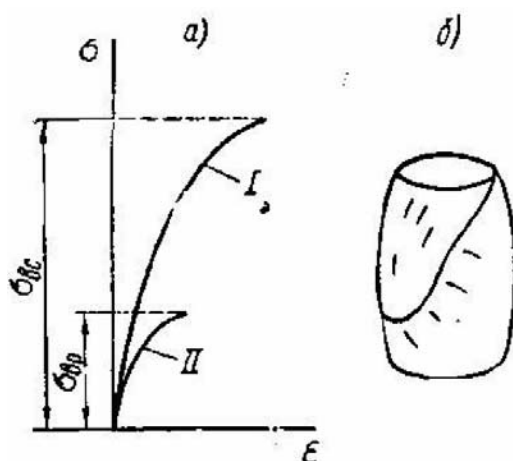


Рис.8.4 Диаграмма растяжения чугуна

Характеристики материала:

1. Отношение растягивающего усилия F_I к площади поперечного сечения A_0 – предел пропорциональности.

$$\varepsilon_n = \frac{F_1}{A_0}. \quad (8.7)$$

2. Отношение растягивающих усилий в точке 2 к первоначальному поперечному сечению стержня – предел упругости.

$$\varepsilon_y = \frac{F_2}{A_0}, \quad (8.8)$$

где ε_y - напряжение при котором величина относительной и остаточной деформации не превышает 0,005%

3. Отношение растягивающего усилия соответствующего текучести материала к площади первоначального поперечного сечения – предел текучести.

$$\varepsilon_T = \frac{F_m}{A_0}, \quad (8.9)$$

где ε_T - напряжение, при котором происходит рост деформации без увеличения нагрузки.

4. Отношение наибольшего растягивающего усилия F_3 к площади первоначального сечения – предел выносливости (прочность).

$$\varepsilon_B = \frac{F_K}{A_0}. \quad (8.10)$$

8.5. Основы прочностных расчетов элементов конструкций

Целью прочностных расчетов является: определить напряжения при фактической нагрузке, а затем сопоставить их с опасным значением.

$$|\sigma_{pac(max)}| \leq [\sigma] \quad (8.11)$$

Расчеты на прочность:

1. Отношение предельного напряжения σ_{np} к расчетному σ называется коэффициентом запаса прочности S :

$$S = \frac{\sigma_{np}}{\sigma}, \quad (8.12)$$

Прочность элемента конструкции обеспечивается, если действительный коэффициент запаса прочности не ниже требуемого: $S \geq [S]$

Разделив предельное напряжение на нормативный коэффициент запаса прочности, получим допускаемое напряжение $[\sigma]$:

$[\sigma] = \frac{\sigma_{np}}{[S]}$, тогда условие прочности имеет вид:

$\sigma \leq [\sigma]$ т. е. прочность элемента конструкции обеспечивается если наибольшее напряжение, возникающее в нем, не превышает допускаемого.

Условие прочности применительно к расчетам на прочность при растяжении (сжатии) имеет вид:

$$\sigma_{pac} = \frac{N}{A} \leq [\sigma]. \quad (8.13)$$

Для хрупких материалов допускаемое напряжение растяжения и сжатия получают исходя из предела текучести:

$$[\sigma_{p,c}] = \frac{\sigma_{\sigma(p,c)}}{S_{\sigma}} \quad (8.14)$$

Для пластичных материалов предельным напряжением является предел текучести:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_m}{S_m}. \quad (8.15)$$

Вопросы для самоконтроля

1. Продольная деформация.
2. Поперечная деформация.
3. Закон Гука.
4. Диаграмма хрупких материалов.
5. Диаграмма пластичных материалов.
6. Коэффициент запаса прочности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Филатов, Ю.Е. Введение в механику материалов и конструкций [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93704>. — Загл. с экрана.
2. Андреев, В.И. Детали машин и основы конструирования. Курсовое проектирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Андреев, И.В. Павлова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12953>. — Загл. с экрана.

Дополнительная

1. Скотников Д.А., Детали машин: учебное пособие / Д.А. Скотников, А.В. Анисимов, Д.А. Заруцкий - ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ» - Саратов:, ООО Издательский Центр «Наука», 2010. – 112 с. - Б. ц.
2. Гулиа, Н.В. Детали машин [Электронный ресурс] : учеб. / Н.В. Гулиа, В.Г. Клоков, С.А. Юрков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5705>. — Загл. с экрана.

Лекция 9

СДВИГ. КРУЧЕНИЕ. ИЗГИБ

9.1. Чистый сдвиг. Закон Гука при сдвиге

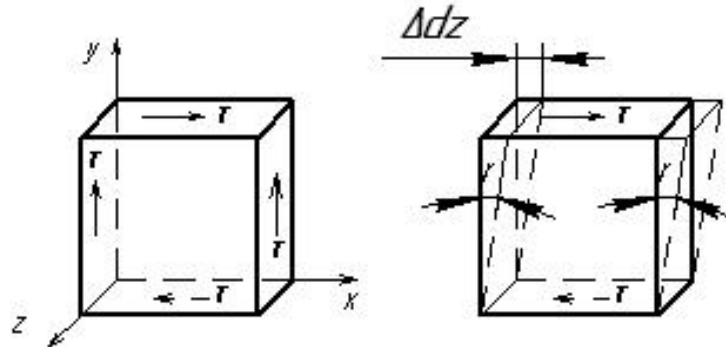


Рис. 9.1. Чистый сдвиг

При чистом сдвиге на четырех гранях выделенного элемента возникают только касательные напряжения, а две грани свободны от напряжений (рис.9.1).

Явление сдвига состоит в том, что под действием внешних сил первоначальная форма выделенного элемента искажается, например, горизонтальные площадки сдвигаются относительно друг друга на расстояние Δdz , называемое абсолютным сдвигом, и угол 90 градусов между смежными площадками изменяется на величину γ . Этот угол называется *углом сдвига или угловой деформацией*.

Установлено, что касательные напряжения и угол сдвига в пределах упругих деформаций связаны между собой прямой пропорциональной зависимостью:

$\tau = G \cdot \gamma$, которая называется *законом Гука при сдвиге*. Коэффициент пропорциональности G называется модулем сдвига и характеризует жесткость материала при сдвиге.

Между модулем упругости E , модулем сдвига G и коэффициентом Пуассона μ существует зависимость:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}. \quad (9.1)$$

9.2. Расчет на сдвиг (срез)

Если два бруса соединить между собой штифтом, а затем нагрузить направленными в противоположные стороны силами F , то при значительных силах или небольшом диаметре штифта, он может быть разрушен по сечению, расположенному в плоскости соприкосновения поверхностей соединяемых брусьев. Такое разрушение соединительных деталей (штифта, болта, заклепки, шпонки), происходящее под действием нагрузок, перпендикулярных их собственным осям (поперечные нагрузки), называется *срезом* (рис.9.2).

Условие прочности при расчете на срез имеет вид:

$$\tau_{cp} = \frac{Q}{A_{cp}} \leq [\tau_{cp}], \quad (9.2)$$

где τ_{cp} - расчетное напряжение среза в поперечном сечении детали; $Q = \frac{F}{i}$ - поперечная сила, возникающая в этом сечении; A_{cp} - площадь поперечного сечения срезаемой детали (площадь среза); i - число соединительных деталей.
 При расчете болтов, штифтов, шпонок и прочего принимают: $[\tau_{cp}] = (0,25 \dots 0,35)\sigma_m$ или $[\tau_{cp}] = (0,55 \dots 0,60)[\sigma]$

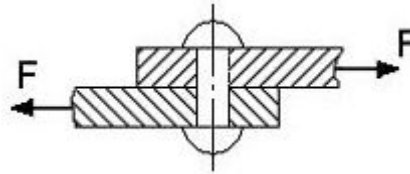


Рис.9.2. Срез

9.3. Общие сведения о деформации кручения

Наглядное представление о деформации кручения дает действие двух равных и противоположно направленных крутящих моментов (рис.2.20).

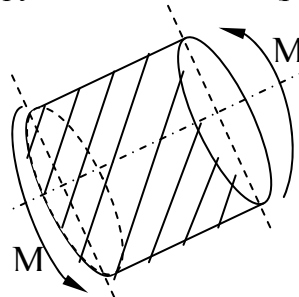


Рис.9.3. Деформация кручения

В результате деформации образующие вала получают вид винтовых линий. Такой вид получают образующие валы и в случае следующего закрепления (рис.9.4).

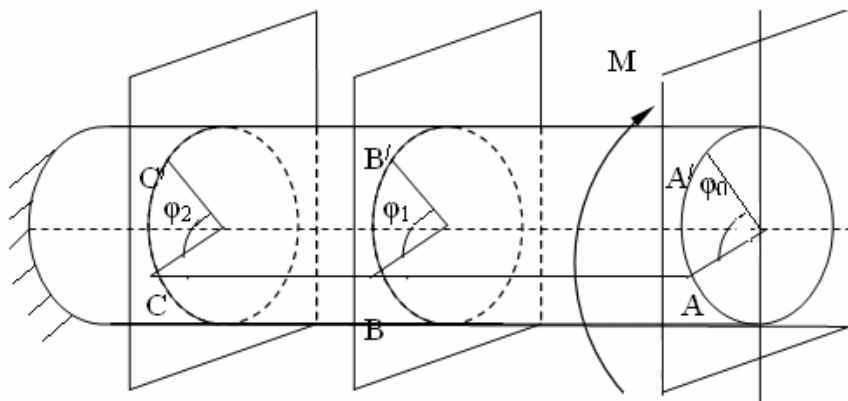


Рис. 9.4. Деформация вала

При действии крутящего момента M все линии рассматриваемой образующей будут отклоняться от первоначального положения на некоторые углы по окружности. На основе этого можно сделать выводы:

1. При кручении, в каждом сечении вала происходит поворот точек по окружности относительно оси. Следовательно, вал испытывает кручение, если к нему прикладывается пара сил направленных перпендикулярно осям.

2. Под действием внешних моментов, в поперечном сечении вала, возникает единственная составляющая главного момента, а именно крутящий момент M_k (рис. 9.5).

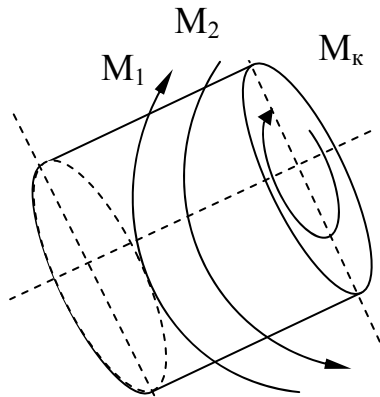


Рис.9.5. Главный момент

3. Деформация кручения вала заключается в повороте поперечных сечений относительно друг друга, при этом углы поворота прямопропорциональны растяжению.

4. Угол поворота рассматриваемого сечения равен углу закручивания части вала, которая заключена между данным сечением и заделкой. Угол кольцевого сечения называется углом закручивания вала.

5. В произвольном сечении угол поворота можно оценить относительным углом закручивания:

$$\frac{d\varphi}{dz} = \varphi_0$$

где $d\varphi$ - угол закручивания выделенного элемента; dz - расстояние от рассматриваемого сечения до заделки, φ_0 - относительный угол закручивания.

Если балка длиной 1 м имеет постоянное поперечное сечение и нагружена внешним моментом на конце вала, то относительный угол закручивания будет постоянен:

$$\varphi_0 = \text{const}$$

6. При кручении вала возникает деформация сдвига между соседними сечениями, следовательно, при кручении поперечных сечений валов, возникают только касательные внутренние силы создающие крутящий момент.

Крутящие моменты в поперечных сечениях вала определяют методом сечений. При использовании уравнений равновесия:

$$\sum M_z = 0; \quad \sum M_k = 0$$

Крутящий момент в поперечном сечении вала численно равен алгебраической сумме внешних моментов, которые приложены к оставленной для рассмотрения части вала.

Считаем крутящий момент положительным, если внешний момент по отношению к рассматриваемой части вала направлен по ходу часовой стрелки (рис.9.6).

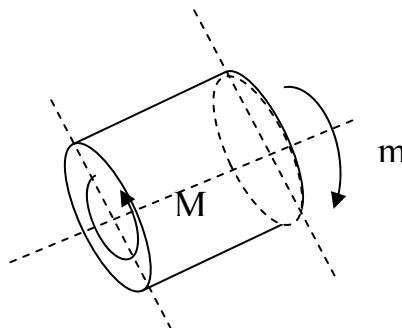


Рис.9.6. Правило знаков

Эпюра крутящих моментов представляет собой график изменения крутящего момента по длине вала. С помощью эпюры крутящих моментов определяют опасное сечение вала, то есть такое в котором действует наибольший крутящий момент.

9.4. Напряжение и деформация при кручении

В поперечных сечениях скрученного вала (рис.9.7) действует, только касательное напряжение τ , следовательно, крутящий момент представляет собой результирующий момент внутренних касательных сил, то есть действующий на бесконечно малых площадках поперечного сечения, его можно выразить:

$$M_z = \int \tau \rho dA.$$

где ρ - расстояние или плечо элементарной силы относительно продольной оси вала;

r – радиус вала.

Данная зависимость отражает статическую сторону работы сечения, но не позволяет определить значение касательных напряжений по известному крутящему моменту, так как в данном случае не установлен закон распределения касательных напряжений по сечению.

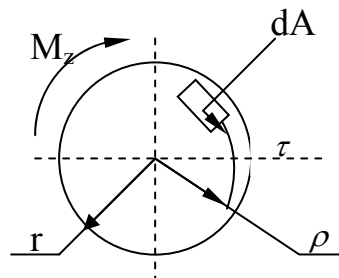


Рис. 9.7. Схема скрученного вала

Угол сдвига для некоторого поперечного сечения.

$$\gamma = \rho \cdot \varphi_0$$

где φ_0 – угол поворота.

Тогда касательное напряжение прямо пропорционально расстоянию до оси вала.

$$\tau = G \cdot \rho \cdot \varphi_0. \quad (9.3)$$

Эпюра распределения τ вдоль радиуса сечения вала всегда имеет вид треугольника, если соблюдаются выше перечисленные условия (рис. 9.8). Если вал состоит из одного участка (то есть имеет постоянное сечение и постоянный по длине крутящий момент), то τ в данном волокне бруса будет постоянным по всей длине участка.

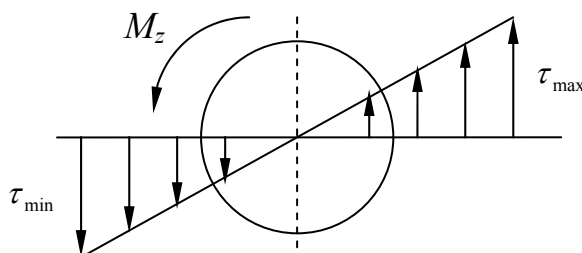


Рис. 9.8. Эпюра касательных напряжений τ

9.5. Расчет на жесткость и прочность при кручении

$$1. \text{ Прочность } \tau_{\max} = \frac{M_k}{W_p} \leq [\tau], \quad (9.4)$$

W_p - полярный момент сопротивления $[W_p] = [\text{м}^3]$

$[\tau]$ - допускаемое касательное напряжение, устанавливается в зависимости от допускаемого напряжения при растяжении.

2. Условие жесткости бруса при кручении состоит в том, чтобы относительный угол закручивания φ_0 не превосходил некоторого заданного допускаемого значения $[\varphi_0]$

$$\varphi_0 \leq [\varphi] - \text{условие жесткости}; \quad (9.5)$$

где φ_0 - относительный угол закручивания;

$[\varphi]$ - допускаемый относительный угол закручивания.

$$\varphi_0 = \frac{M_k}{G \cdot J_p} \leq [\varphi_0]; \quad [\varphi_0] = 0,2 \dots 1; \left[\frac{\text{градус}}{\text{м}} \right] \quad (9.6)$$

9.6. Общие сведения

При изгибе характерно: а) у рассматриваемого бруса имеется хотя бы одна плоскость симметрии, б) плоскость действия всех нагрузок (включая реакции опор) совпадает с плоскостью симметрии бруса (рис.9.9). Брус, работающий на изгиб называется балкой. При изгибе в балке существует нейтральная линия - это слой волокон, которые не изменяют своей первоначальной длины - нейтральный слой (рис.9.10).

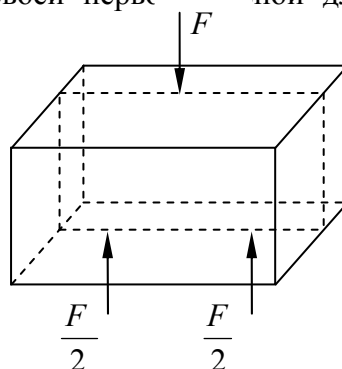


Рис. 9.9. Схема бруса

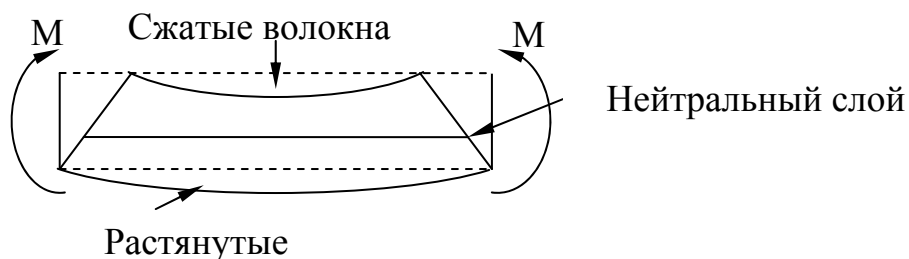


Рис.9.10. Изгиб балки

9.7 Понятие об изгибающем моменте и поперечной силе

К балке приложены две равные и противоположно направленные по знаку силы (M) (рис.9.11). Рассматривая равновесие, части балки, приложенной слева или справа от

сечения $n-n$, видим, что во всех поперечных сечениях возникает только изгибающий момент, при этом $M_u = M$ – это случай чистого изгиба.

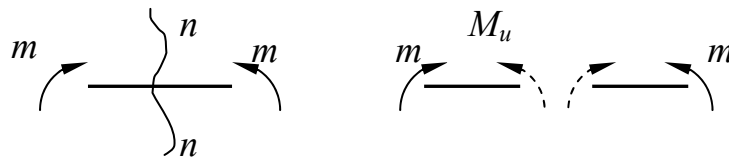


Рис. 9.11. Изгибающий момент

m – примененный активный момент (внешняя нагрузка); M_u – изгибающий момент.

К балке приложены активные и реактивные силы перпендикулярные к ее оси (рис.9.12). Рассмотрим равновесие частей балки расположенных справа и слева от поперечного сечения. В них действует изгибающий момент и поперечные силы, следовательно, в рассматриваемом случае в точках поперечного сечения действует два вида напряжений:

- Нормальное напряжение – вызывает изгибающий момент.
- Касательное напряжение – соответствует поперечной силе, то есть Q .

В данном случае поперечная сила Q является равнодействующей, внутренних касательных сил в поперечных сечениях и имеет противоположное направление для левой и правой частей балки. Изгибающий момент в сечении балки, численно равен алгебраической сумме моментов относительно центра тяжести сечения. Поперечные силы в сечении балки численно равны алгебраической сумме всех внешних сил действующих справа (слева) от сечения.

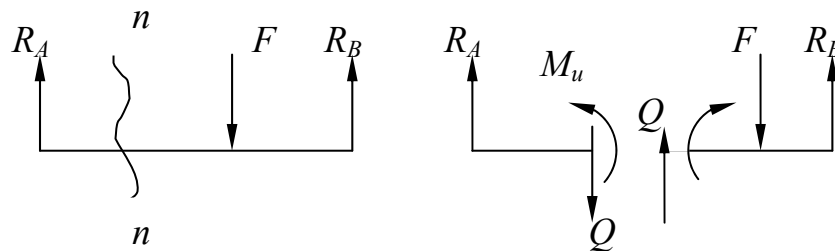


Рис. 9.12 Изгибающий момент и поперечная сила

9.8. Правило знаков

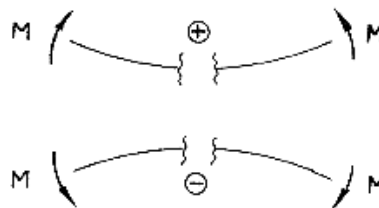


Рис. 9.13 Правило знаков для момента

Если внешняя нагрузка стремится изогнуть балку выпуклостью вниз, то – знак плюс, и наоборот, если выпуклостью вверх то – знак минус (рис. 9.13).

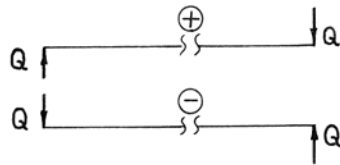


Рис. 9.14 Правило знаков для поперечной силы

Считаем поперечную силу в сечении положительной, если внешняя нагрузка, приложенная к рассматриваемой отсеченной части, стремится повернуть данное сечение по часовой стрелке и отрицательной – в противном случае (рис. 9.14).

9.9. Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов

Для наглядного распределения вдоль оси балки поперечных сил и изгибающих моментов строят соответствующие эпюры. Они дают возможность:

- Определить наличие опасных сечений по длине балки.
- Установить значения поперечных сил и изгибающих моментов в этих опасных сечениях.

При построении эпюр Q и M рекомендуется придерживаться такой последовательности:

- 1) Найти опорные реакции (для консольной балки их можно не находить)
- 2) Разбить брус на характерные участки.
- 3) Применяя метод сечений построить эпюру поперечных сил. Если поперечная сила, изменяясь непрерывно, проходит через нулевое значение, то необходимо определить абсциссу сечения, где Q обращается в ноль.
- 4) Вычислить в характерных сечениях значения изгибающих моментов и по найденным ординатам построить эпюру M .

9.9. Осевой момент инерции

Известно, что при изгибе во всех точках поперечного сечения балки возникают напряжения. В общем случае это нормальное и касательное напряжения. При чистом изгибе только нормальное напряжение, а y зависит от нагрузки и геометрии сечения.

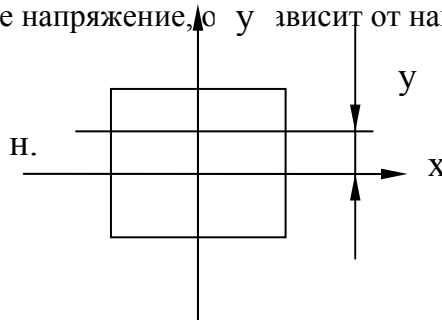


Рис. 9.15 Нейтральная ось.

$$\sigma = \frac{M_u}{J_x} \cdot y, \quad (9.7)$$

где J_x - осевой момент инерции;

y – расстояние от рассматриваемого слоя до нейтральной оси (рис. 9.15).

В этой формуле при M_n и J_x величина y переменная, поэтому нормальное напряжение по сечению линейно зависит от расстояния y .

Осевые моменты инерции простейших сечений (рис. 9.16):

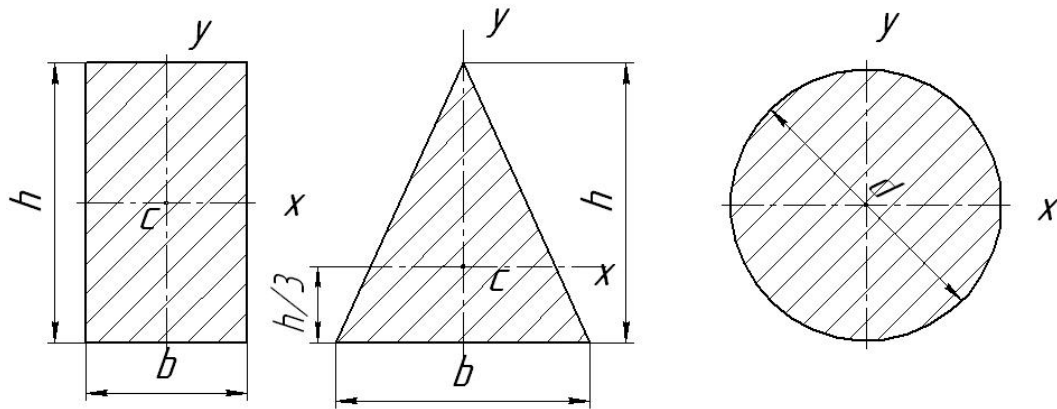


Рис. 9.16. Осевые моменты инерции

1) Прямоугольник

$$J_x = \frac{b \cdot h^3}{12}; \quad J_y = \frac{b^3 \cdot h}{12}; \quad (9.8)$$

2) Треугольник равнобедренный

$$J_x = \frac{b \cdot h^3}{36}, \quad J_y = \frac{b^3 \cdot h}{48}; \quad (9.9)$$

3) Круг

$$J = \frac{\pi \cdot d^4}{64}. \quad (9.10)$$

Условие прочности при изгибе по нормальному напряжению:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_u^{\max}}{W_x} \leq [\sigma] \quad (9.11)$$

W_x - осевой момент сопротивления.

$$W_x = \frac{J_x}{y}, \quad [M^3] \quad (9.12)$$

При решении трех задач выполняется три вида расчетов:

- Проверка прочности балок по нормальным напряжениям (проверочный расчет).
- Подбор поперечного сечения балки (проектный расчет).
- Определение максимальной нагрузки на балку.

9.10 Линейные и угловые перемещения при изгибе.

При изгибе под действием поперечных нагрузок продольная ось бруса (балки) искривляется. Если изгиб протекает в пределах упругих свойств материала, т.е. в пределах закона Гука, то после снятия нагрузок ось бруса снова выпрямляется. Поэтому изогнутую ось бруса называют упругой линией. По форме, которую при нагружении бруса принимает его упругая линия, можно судить об угловых и линейных перемещениях при изгибе.

Изобразим продольную ось балки, защемленной одним концом. Под действием нагрузки F , перпендикулярной оси балки и расположенной в главной плоскости, ось, оставаясь в этой плоскости изгибается и принимает вид отрезка кривой (рис. 9.17).

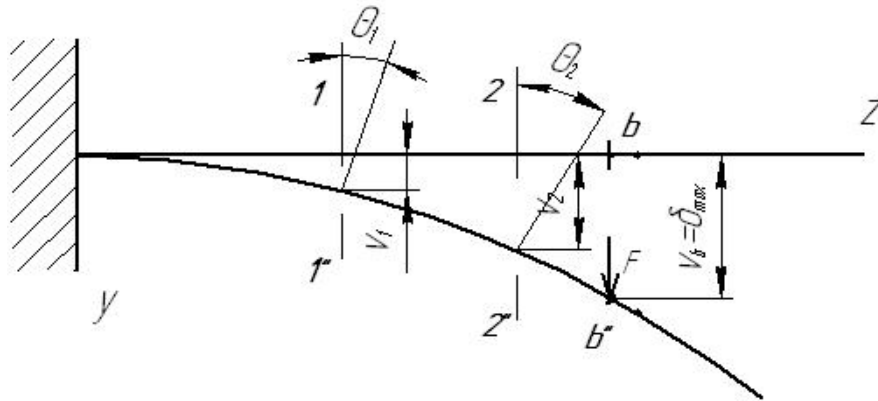


Рис. 9.17. Схема линейных и угловых перемещений при изгибе

При этом центры тяжести произвольных сечений 1 и 2 при изгибе балки переместились соответственно на расстояния v_1 и v_2 , а сами сечения, оставаясь плоскими (по гипотезе плоских сечений), повернулись на углы θ_1 и θ_2 , которые равны углу между касательной к изогнутой оси в данной точке и направлением оси недеформированного бруса.

Линейные перемещения центров тяжести произвольных поперечных сечений при изгибе называются прогибами бруса, а наибольший прогиб называется *стрелой прогиба*.

Угол поворота определяется по формуле:

$$\theta = \frac{dy}{dx} = \int \frac{M_x \cdot dx}{E \cdot J_x} + C, \quad (9.13)$$

Прогиб по формуле:

$$v = \int \int \frac{M_x \cdot dx}{E \cdot J_x} + Cx + D. \quad (9.14)$$

Решения по данным уравнениям очень громоздки, поэтому чаще используют более рациональный способ определения прогиба с помощью интеграла Мора:

$$v_k = \frac{1}{E \cdot J_x} \sum \int_{l_i} M_{xF} \cdot M_{x1} \cdot dz, \quad (9.15)$$

где M_{xF} – уравнение изгибающего момента от нагрузки F , M_{x1} – уравнение изгибающего момента от единичной силы.

Угол поворота определяется по аналогичной формуле, только в этом случае M_{x1} – уравнение изгибающего момента от единичного момента.

$$\theta_k = \frac{1}{E \cdot J_x} \sum \int_{l_i} M_{xF} \cdot M_{x1} \cdot dz \quad (9.16)$$

Расчет балок на жесткость:

Многие элементы строительных и машиностроительных конструкций требуют расчета на жесткость. Условие жесткости обычно выражается неравенством:

$\delta \leq [\delta]$, суть, которого в том, что максимальный прогиб не должен превышать допускаемого значения.

Для облегчения расчетов на жесткость приведем формулы прогибов и углов поворота сечений балок в простейших случаях их нагружения (рис.9.18).

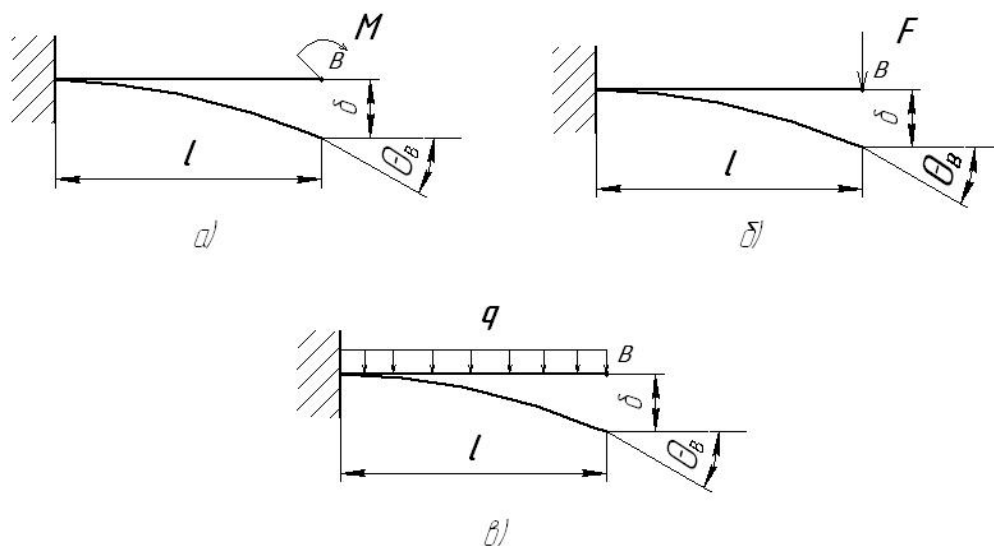


Рис. 9.18 Простейшие случаи нагружения балок

$$\text{а) } \delta = \frac{M \cdot l^2}{2E \cdot J_k}, \theta_b = \frac{M \cdot l}{E \cdot J_k} \quad (9.17)$$

$$\text{б) } \delta = \frac{F \cdot l^3}{3E \cdot J_k}, \theta_b = \frac{F \cdot l^2}{2E \cdot J_k} \quad (9.18)$$

$$\text{в) } \delta = \frac{q \cdot l^4}{8E \cdot J_k}, \theta_b = \frac{q \cdot l^3}{6E \cdot J_k} \quad (9.19)$$

Вопросы для самоконтроля

1. Понятие изгиба.
2. Понятие об изгибающем моменте.
3. Понятие об поперечной силе.
4. Правило знаков.
5. Осевой момент инерции.
6. Линейные перемещения при изгибе.
7. Угловые перемещения при изгибе.
8. Чистый сдвиг.
9. Закон Гука при сдвиге.
10. Условие прочности при расчете на срез.
11. Деформация кручения.
12. Правило знаков.
13. Эпюра касательных напряжений.
14. Условие прочности при кручении.
15. Условие жесткости при кручении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Филатов, Ю.Е. Введение в механику материалов и конструкций [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93704>. — Загл. с экрана.

2. Андреев, В.И. Детали машин и основы конструирования. Курсовое проектирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Андреев, И.В. Павлова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12953>. — Загл. с экрана.

Дополнительная

1. Скотников Д.А., Детали машин: учебное пособие / Д.А. Скотников, А.В. Анисимов, Д.А. Заруцкий - ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ» - Саратов:, ООО Издательский Центр «Наука», 2010. – 112 с. - Б. ц.

2. Гулиа, Н.В. Детали машин [Электронный ресурс] : учеб. / Н.В. Гулиа, В.Г. Клоков, С.А. Юрков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5705>. — Загл. с экрана.

Лекция 10

СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

10.1. Косой изгиб

Если в поперечном сечении возникают два внутренних силовых фактора – изгибающие моменты M_x и M_y , то происходит *косой чистый изгиб*. При поперечном косом изгибе в поперечных сечениях бруса одновременно с изгибающими моментами возникают поперечные силы Q_x и Q_y . В том и другом случае нормальное напряжение σ в любой точке K поперечного сечения (рис. 10.1), согласно принципу независимости действия сил, определяется как алгебраическая сумма напряжений, обусловленных изгибающими моментами M_x и M_y т.е.:

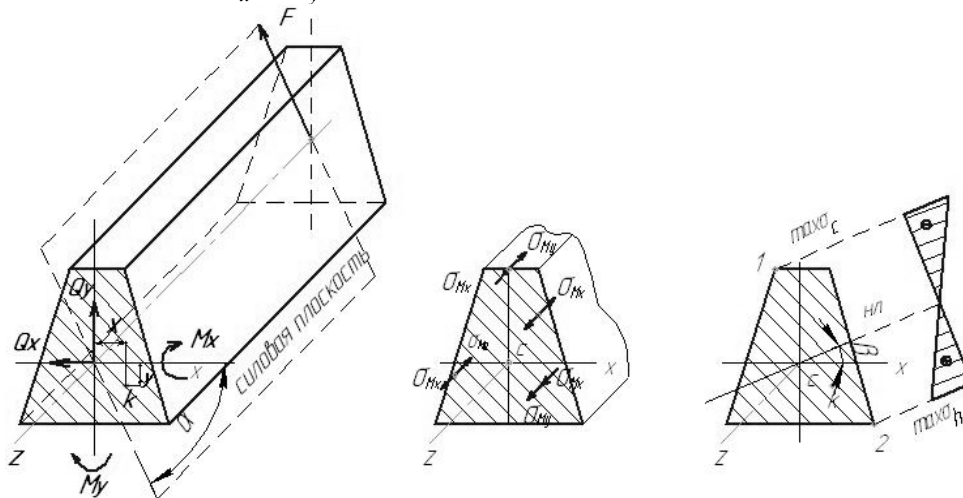


Рис. 10.1. Косой изгиб

$$\sigma = \sigma_{M_x} + \sigma_{M_y} = \frac{M_y}{J_y} x + \frac{M_x}{J_x} y. \quad (10.1)$$

В зависимости от нагружения бруса слагаемые напряжения направлены, в разных четвертях, поперечного сечения либо в одну и ту же, либо в противоположные стороны. Чтобы определить точки сечения, в которых напряжения достигают наибольших значений, необходимо найти положение нулевой линии. Для этого приравняем последнее выражение нулю и заменим y и x координатами y_0 и x_0 , принадлежащими нулевой линии. В результате получаем уравнение нулевой линии:

$$\begin{aligned} \frac{M_y}{J_y} x_0 + \frac{M_x}{J_x} y_0 &= 0, \text{ откуда} \\ y_0 &= -\frac{M_y}{M_x} \cdot \frac{J_x}{J_y} x_0 \end{aligned} \quad (10.2)$$

Это уравнение показывает, что нулевая линия – прямая, проходящая через начало координат под углом β к оси x , тангенс которого:

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{M_y}{M_x} \cdot \frac{J_x}{J_y}. \quad (10.3)$$

Определив угол β и прочертив нулевую линию в поперечном сечении можно определить координаты наиболее удаленных точек 1 и 2 и вычислить значения напряжений в этих точках.

Для бруса из материала, различно сопротивляющегося растяжению и сжатию должны быть составлены два условия прочности:

$$\begin{aligned}\sigma_{p\max} &= \frac{M_x}{J_x} y_1 + \frac{M_y}{J_y} x_1 \leq [\sigma_p], \\ \sigma_{c\max} &= \frac{M_x}{J_x} y_2 + \frac{M_y}{J_y} x_2 \leq [\sigma_c].\end{aligned}\quad (10.4)$$

Для брусев из пластичных материалов используют лишь то из условий, которое соответствует большему по абсолютному значению напряжения.

10.2. Главные площадки и главные напряжения

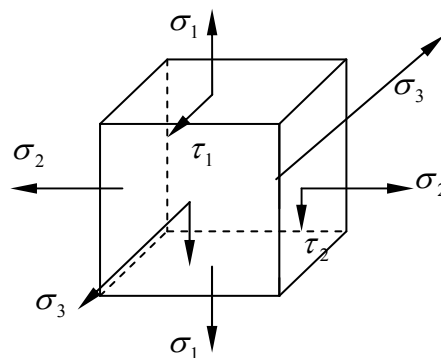


Рис. 10.2. Сложное сопротивление

Рассмотрим вырезанный из тела элемент в виде прямоугольного параллелепипеда. На гранях возникают нормальные и касательные напряжения. Оказывается, что через заданную точку напряженного тела всегда можно провести три взаимно перпендикулярные плоскости, в которых касательные напряжения: $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = 0$ и возникают только нормальные напряжения $\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 \neq 0, \sigma_3 \neq 0$; $\sigma_1 \perp \sigma_2 \perp \sigma_3$ (рис. 10.2);

Площадки, на которых нет касательных напряжений – это *главные площадки*, а нормальные напряжения – это *главные напряжения*.

Если $\sigma_1 = \sigma_3 = 0$, то:

Такой случай называется простым, одноосным напряженным состоянием (растяжение или сжатие).

10.3. Тензор напряжений

Разложим каждый вектор напряжений на составляющие вдоль координатных осей (рис. 10.3). На каждой площадке действует одно *нормальное напряжение* $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ где индекс обозначает направление вектора нормали к площадке и два *касательных напряжения* τ с двумя индексами, из которых первый указывает направление действия компоненты напряжения, второй направление вектора нормали к площадке.

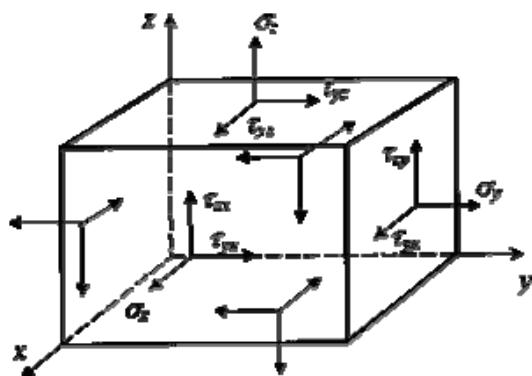


Рис. 10.3. Составляющие векторов напряжений

Совокупность девяти компонент напряжений (по три на каждой из трех взаимно перпендикулярных площадок) представляет собой некоторый физический объект, называемый *тензором напряжений* в точке. Тензор можно представить в виде матрицы, соответствующим образом упорядочив девять компонент:

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix}.$$

Для компонент тензора напряжений общепринятым является следующее правило знаков: компонента считается положительной, если на площадке с положительной внешней нормалью (т. е. направленной вдоль одной из координатных осей), эта компонента направлена в сторону положительного направления соответствующей оси. На рис. 10.3 все компоненты тензора напряжений изображены положительными. На площадках с отрицательной внешней нормалью (грани параллелепипеда, невидимые на рис. 10.3) положительная компонента направлена в противоположном направлении. Напряжения на трех взаимно ортогональных площадках с отрицательными направлениями нормалей также характеризуют напряженное состояние в точке. Эти напряжения, являющиеся компонентами тензора напряжений, определяются аналогично напряжениям на площадках с положительной нормалью. Они обозначаются теми же символами и имеют положительное направление, обратное изображенному на рис. 10.3.

10.4. Теории прочности

В отличие от простых видов деформации, на практике, часто встречается, когда в поперечном сечении бруса возникает несколько внутренних силовых факторов (изгиб и кручение) – что называется *сложным сопротивлением*.

Расчеты на прочность и жесткость основываются на принципе независимости действия сил. Оценка прочностной надежности является распространенной инженерной задачей, в которой напряженное состояние в опасной точки элемента конструкции сопоставляется с предельным состоянием, определенным пределом тягучести, прочности и т.д., для материала этого элемента конструкции. Такая оценка точная, когда в одноосном или двухосном состоянии, главные напряжения в каждой точке равны по величине, но разные по знаку.

Первая теория прочности
Теория наибольших нормальных напряжений

Она основывается на предположениях, что опасное состояние материала наступает, когда какое – либо из главных напряжений достигает опасного значения, следовательно, сложно – напряженное состояние равноопасно если $\sigma_3 \leq [\sigma]$, т.е. максимальное напряжение не превышает допускаемое.

σ_3 - эквивалентное допускаемое напряжение; $[\sigma]$ - допускаемое напряжение при растяжении.

$$\sigma_3 = \sigma_{\max} = \sigma_1 \quad (10.5)$$

Недостатки: она не учитывает напряженность σ_2 и σ_3 , подтверждает деформацию хрупких и не подтверждает деформацию пластичных материалов.

Вторая теория прочности Теория наибольших линейных деформаций

Основывается на предположении, что материал не зависимо от вида напряженного состояния разрушается, тогда когда наибольшее относительное удлинение или укорочение, в каком-либо направлении достигает такой величины, при которой идет разрушение как при простом растяжении – сжатии.

Условие прочности:

$$\varepsilon_{\max} \leq [\varepsilon], \quad (10.6)$$

где $\varepsilon_{\max}$ - наибольшая относительная деформация; $[\varepsilon]$ - допускаемая относительная деформация.

$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon_1, \quad (10.7)$$

где ε_1 - деформация, в направлении σ_1 , переходя от деформации к напряжению (закон Гука) получим:

$$\sigma_3 = \sigma_1 = \mu(\sigma_2 - \sigma_3), \quad (10.8)$$

$$\sigma_3 \leq [\sigma].$$

Из уравнения видно, что с допускаемым напряжением необходимо сравнивать комбинацию напряжений.

Вторая теория учитывает влияния всех трех главных напряжений и опытами подтверждается деформация хрупких материалов.

Третья теория прочности Теория касательных напряжений

В качестве фактора определяющего прочность материала принимается величина наибольшего касательного напряжения. Предполагается, что предельное напряженное состояние наступит тогда, когда наибольшее касательное напряжение достигнет опасного значения, соответствующего предельному состоянию данного материала при растяжении.

$$\tau_{\max} \leq [\tau],$$

где $[\tau]$ - допускаемое напряжение при растяжении.

$$\sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}. \quad (10.9)$$

В третьей теории прочности подтверждается экспериментально деформация пластичных материалов.

Недостаток теории: она не учитывает главные напряжения σ_2 , которые оказывают влияние на прочность материала. Третья теория прочности не применима для расчета деталей из хрупких материалов.

Четвертая теория прочности

Предельное (опасное) состояние наступает в тот момент, когда на некоторой площадке возникает наиболее неблагоприятная комбинация касательных и нормальных напряжений.

Условие прочности имеет вид:

$$\sigma_3 = \sigma_2 - \mu\sigma_3 \leq [\sigma], \quad (10.10)$$

где μ - коэффициент, равный отношению предельных напряжений при осевом растяжении и сжатии.

Для пластичных материалов $\mu=1$.

Теория прочности Мора совпадает с третьей теорией.

Ее недостаток состоит в том, что она не учитывает влияния на прочность напряжения σ_2 .

Пятая теория прочности Мора Энергетическая теория формоизменения

В качестве критерия прочности в данном случае принимается количество удельной потенциальной энергии формоизменения, накопленных деформацией элементов. Переход материала в предельное состояние происходит, когда величина удельной потенциальной энергии формоизменения достигнет значения соответствующее предельному состоянию данного материала.

$$I_\phi \leq [I_\phi] \quad (10.11)$$

где I_ϕ -удельная потенциальная энергия формоизменения;

$[I_\phi]$ -допускаемая потенциальная энергия формоизменения.

- для общего вида

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}, \quad (10.12)$$

Для случая кручения и изгиба:

$$\sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}. \quad (10.13)$$

Вопросы для самоконтроля

1. Косой изгиб.
2. Главные площадки и напряжения.
3. Тензор напряжений.
4. Первая теория прочности.
5. Вторая теория прочности.
6. Третья теория прочности.
7. Четвертая теория прочности.
8. Пятая теория прочности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Филатов, Ю.Е. Введение в механику материалов и конструкций [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93704>. — Загл. с экрана.
2. Андреев, В.И. Детали машин и основы конструирования. Курсовое проектирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Андреев, И.В. Павлова. —

Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12953>. — Загл. с экрана.

Дополнительная

1. Скотников Д.А., Детали машин: учебное пособие / Д.А. Скотников, А.В. Анисимов, Д.А. Заруцкий - ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ» - Саратов:, ООО Издательский Центр «Наука», 2010. – 112 с. - Б. ц.
2. Гулиа, Н.В. Детали машин [Электронный ресурс] : учеб. / Н.В. Гулиа, В.Г. Клоков, С.А. Юрков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5705>. — Загл. с экрана.

ИЗГИБ С РАСТЯЖЕНИЕМ-СЖАТИЕМ И С КРУЧЕНИЕМ. УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ. УСТАЛОСТНОЕ РАЗРУШЕНИЕ.

11.1. Изгиб с растяжением-сжатием

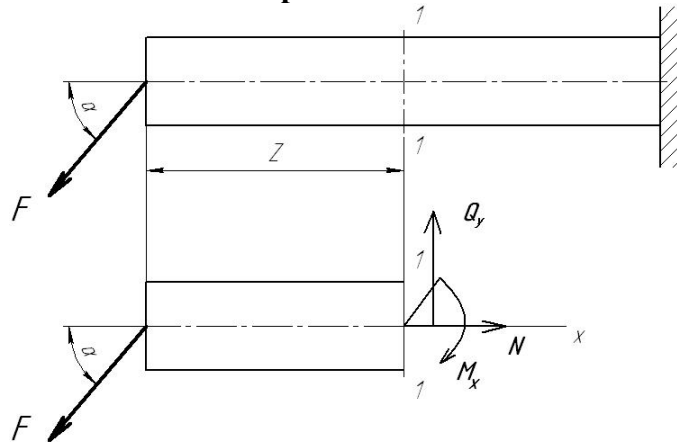


Рис. 11.1. Схема изгиба с растяжением – сжатием

Если нагрузить брус в главной плоскости силой F под углом α к оси, то в поперечном сечении 1-1 возникнут три внутренних силовых фактора: нормальная сила $N = F \cdot \cos \alpha$, изгибающий момент $M_x = F \cdot z \cdot \sin \alpha$ и поперечная сила $Q_y = F \cdot \sin \alpha$. Такое нагружение бруса вызывает сочетание изгиба с растяжением – сжатием (рис. 12.1). Влияние поперечных сил на прочность бруса обычно не учитывают.

Считая, что брусья обладают большой жесткостью на изгиб, согласно принципу независимости действия сил, можно утверждать, что в любом сечении возникают напряжения растяжения (или сжатия):

$\sigma_N = \frac{N}{A}$ и напряжения изгиба:

$$\sigma_{Mx} = \frac{M_x}{J_x} y \quad (11.1)$$

Таким образом, суммарные напряжения в любом сечении бруса находят алгебраическим сложением напряжений при растяжении и изгибе:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{J_x} y \quad (11.2)$$

При расчетах на прочность исходят из наибольших напряжений, возникающих в любом сечении. В частности, если сечение бруса симметрично относительно нейтральной оси, то:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{W_x} \quad (11.3)$$

При определении напряжений по приведенным формулам значения напряжений следует подставлять с их знаками.

11.2. Изгиб с кручением

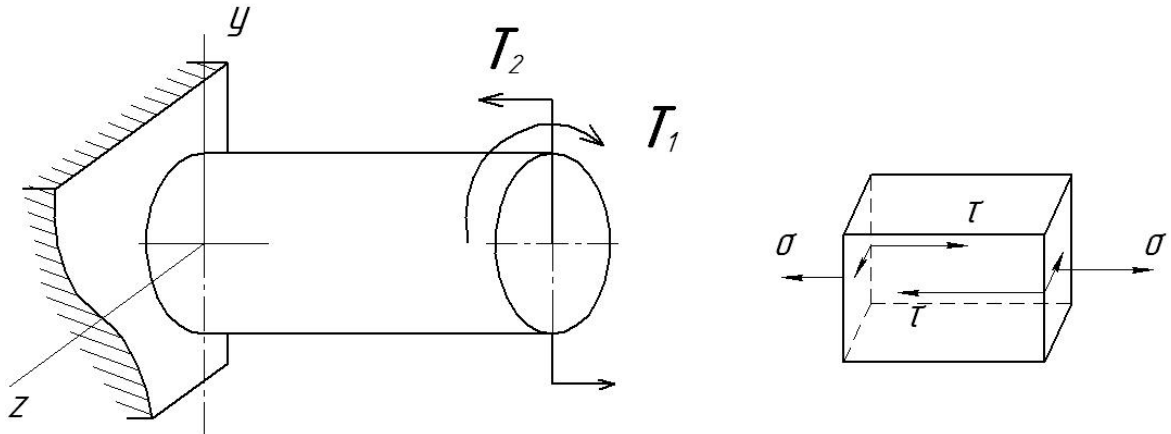


Рис. 11.2. Изгиб с кручением

Возьмем стальной брус круглого поперечного сечения, который нагружен двумя парами сил, таким образом, что плоскость действия первой перпендикулярна оси бруса, а плоскость действия второй проходит через ось бруса (рис. 11.2). Тогда момент T_1 первой пары скручивает брус, а момент T_2 второй пары его изгибает. При таком нагружении бруса в его поперечных сечениях возникают два внутренних силовых фактора – крутящий M_k и изгибающий M_u моменты, причем по всей длине бруса $M_k = T_1$, а $M_u = T_2$.

Выразим эквивалентные напряжения через касательные и нормальные напряжения в поперечном сечении бруса по третьей и пятой теории:

$$\sigma_{\text{III}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \frac{\sqrt{M_u^2 + M_k^2}}{W_{oc}}; \quad \sigma_{\text{IV}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \frac{\sqrt{M_u^2 + 0,75M_k^2}}{W_{oc}}. \quad (11.4)$$

Арифметическое значение корней в числителях этих формул иногда называют эквивалентным моментом, и обозначают $M_{\text{э}}$. Используя это обозначение, условие прочности запишем в таком виде:

$$\sigma_{\text{э}} = \frac{M_{\text{э}}}{W_{oc}} \leq [\sigma]. \quad (11.5)$$

При этом надо иметь в виду, что при пространственном нагружении вала, например в вертикальной и горизонтальной плоскостях, будут возникать два изгибающих момента – M_x и M_y , тогда изгибающий момент M_u будет равен:

$$M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}. \quad (11.6)$$

11.3. Устойчивость сжатых стержней

Стержень при сжимающей осевой силе, меньше критического значения находится в состоянии устойчивого равновесия (рис. 11.3. а).

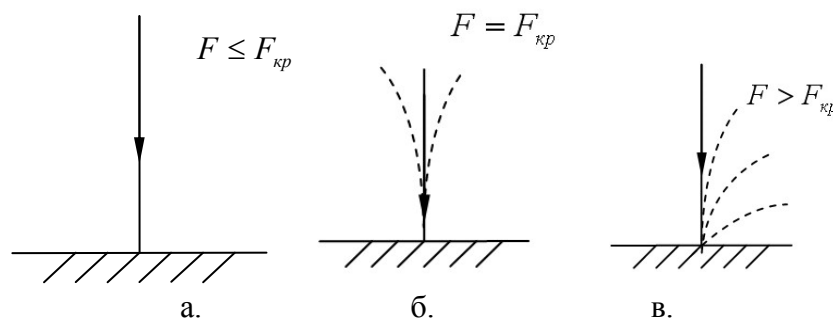


Рис. 11.3. Устойчивость сжатых стержней.

При значении сжимающей силы, превосходящем определенную величину прямолинейная форма равновесия становится неустойчивой и сменяется криволинейной формой равновесия, которая оказывается при этом устойчивой (рис. 11.3. б).

Наименьшее значение сжимающей силы, при которой сжатый стержень теряет способность сохранять прямолинейную форму равновесия, называется *критической силой* (рис. 11.3. в). По определению Эйлера, критической называют силу $F_{кр}$ требующуюся для самого малого наклонения колонны.

Исследования показывают, что пока сжимающая сила меньше критической, прогибы стержня будут небольшими. Но при приближении значения силы к критическому они начинают неограниченно возрастать. Этот критерий (неограниченный рост изгибов, при ограниченном росте сжимающей силы), принят за критерий потери устойчивости. В целях безопасности допускаемая нагрузка должна быть меньше критической:

$$[F] = \frac{F_{кр}}{S_y}, \quad (11.7)$$

S_y - коэффициент запаса устойчивости.

Формула Эйлера:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{\min}}{l_n^2} \quad (11.8)$$

где E – модуль упругости; $J_{\min}$ -наименьший из осевых моментов инерции сечения;

l_n -приведенная длина стержня, $l_n = \mu \cdot l$, μ -коэффициент приведения длины стержня, коэффициент Ясинского.

Коэффициент Ясинского зависит от способа закрепления концов стержня (рис. 11.4.).

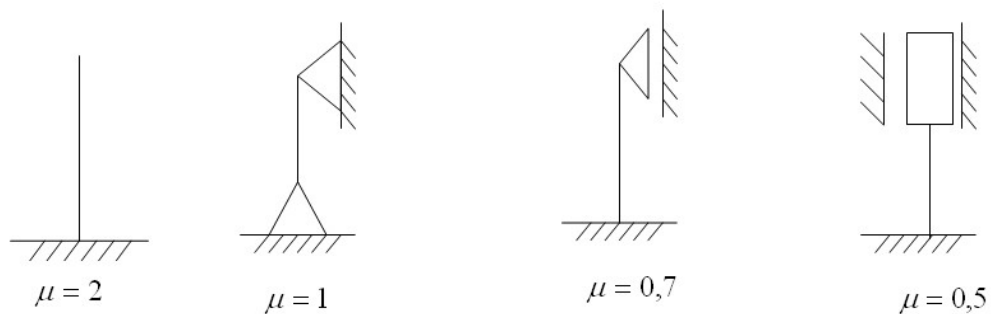


Рис. 11.4. Способы закрепления концов стержня.

$$\sigma_{кр} = \frac{F_{кр}}{A} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{\min}}{(\mu \cdot l)^2 \cdot A} = \frac{\pi^2 \cdot E}{(\mu \cdot l / i_{\min})^2} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}, \quad (11.9)$$

где $i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}}$ - минимальный радиус инерции сечения, $\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}}$ - гибкость стержня

Формула Эйлера справедлива только в пределах применимости закона Гука, т.е. до тех пор, пока критическое напряжение не превышает предела пропорциональности материала стержня, т.е. при условии:

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} \leq \sigma_{тц} \text{ откуда } \lambda \geq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{тц}}} . \quad (11.10)$$

Стоящая в правой части неравенства постоянная для данного материала безразмерная величина называется предельной гибкостью:

$$\lambda_{пред} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{тц}}} . \quad (11.11)$$

Таким образом, применимость формулы Эйлера определяется условием:

$$\lambda \geq \lambda_{пред} . \quad (11.12)$$

Формула Эйлера применима только в тех случаях, когда гибкость стержня больше или равна предельной гибкости того материала, из которого он изготовлен.

Формула Ясинского, применяется в случаях, когда не применима формула Эйлера.

$$\lambda \leq \lambda_{пред}$$

$$\sigma_{кр} = a - b \cdot \lambda , \quad (11.13)$$

где a, b – коэффициенты, зависящие от материала (определяются экспериментально)

11.4. Усталостное разрушение

При действии на детали машин повторных переменных нагрузок происходит их разрушение в результате постепенно развивающихся трещин, они называются *трещинами усталости*.

Природа усталостного разрушения обусловлена особенностями молекулярного и кристаллического строения вещества. При повторных – переменных нагрузках появляется наклеп, и повышается хрупкость материала. Затем способность материала к упрочнению исчерпывается и возникает микротрещина. Возникающая трещина сама становится концентратором напряжения и с учетом увеличивающегося ослабления сечения становится местом окончательного разрушения.

Усталость – накопление необратимых изменений в материале при приложении циклических нагрузок.

Разрушение в результате постепенного развития трещины – усталостное разрушение.

Выносливость материала – способность материала сопротивляться разрушению при действии циклических нагрузок.

Цикл – однократная смена напряжения.

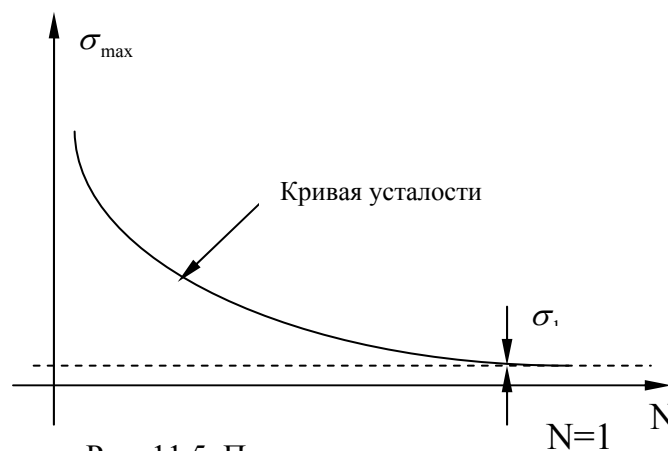


Рис. 11.5. Предел выносливости

$$\sigma_{max} = \frac{M_u}{W_x}$$

Наибольшее значение максимального по величине напряжения цикла, которому материал может сопротивляться без разрушения неограниченно долго, называется пределом выносливости (рис. 11.5).

Вопросы для самоконтроля

1. Изгиб с растяжением-сжатием.
2. Изгиб с кручением.
3. Формула Эйлера.
4. Коэффициент Ясинского.
5. Усталость и выносливость материала.
6. Предел выносливости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Филатов, Ю.Е. Введение в механику материалов и конструкций [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93704>. — Загл. с экрана.
2. Андреев, В.И. Детали машин и основы конструирования. Курсовое проектирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Андреев, И.В. Павлова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12953>. — Загл. с экрана.

Дополнительная

1. Скотников Д.А., Детали машин: учебное пособие / Д.А. Скотников, А.В. Анисимов, Д.А. Заруцкий - ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ» - Саратов., ООО Издательский Центр «Наука», 2010. – 112 с. - Б. ц.
2. Гулиа, Н.В. Детали машин [Электронный ресурс] : учеб. / Н.В. Гулиа, В.Г. Клоков, С.А. Юрков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5705>. — Загл. с экрана.

Лекция 12

ТРЕБОВАНИЯ К МАШИНАМ. НЕРАЗЪЕМНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ.

12.1. Основные понятия

Детали машин – научная дисциплина, в которой изучают теорию, расчет и конструирование составных частей машин.

В курсе дисциплины Деталей машин изучают расчет и конструирование деталей машин общего назначения, т.е. присущих всем машинам.

Деталь – это часть машины, выполненная из однородного материала, без сборочных операций.

Узел – часть машины представляющая собой законченную сборочную единицу и состоящую из ряда деталей имеющих общее функциональное назначение.

Требования к современным машинам:

1) Повышение производительности, 2) Снижение удельной мощности (энергоемкости) повышения КПД, 3) Автоматизация, 4) Стандартизация и унификация, 5) Снижение материалоемкости и стоимости изготовления, 6) Надежность.

Надежность – это вероятность безотказной работы в течение заданного срока службы в определенных условиях

Основные свойства надежности машин.

Работоспособность – состояние изделия, при котором оно способно нормально выполнять заданные функции с параметрами, заданными нормативно-технической документацией.

Долговечность – это свойство изделия сохранять работоспособность до достижения предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта.

Отказ – это событие, заключающееся в полной или частичной утрате работоспособности.

Показатели безотказности работы: *наработка на отказ* (среднее время работы между отказами), *вероятность безотказной работы* (вероятность того, произойдет ли отказ изделия за определенное время), *интенсивность отказов* (количество отказов в единицу времени) и *параметр потока отказов* (среднее количество отказов исследуемого изделия в единицу времени).

Этапы создания машин: 1) Разработка технического задания, 2) На основе тех. задания разрабатывается техническое предложение, 3) После утверждения технического предложения разрабатывается эскизный проект, 4) Разработка технического проекта, 5) Разработка рабочей документации и изготовление опытного образца или опытной партии, 6) Испытания опытной партии и внесение изменений в рабочую документацию.

Основная роль *конструктора* в создании машин связана с разработкой конструкции, включающей наиболее передовые и рациональные решения, в максимальной степени соответствующие назначению машины, требованиям по производительности, экономичности, надежности.

Роль *технологов* в процессе создания машин заключается в обеспечении при изготовлении всех требований заключенных в документацию конструкторов, а также исправление дефектов производства.

Роль *эксплуатационника* – соблюдение условий эксплуатации машины, принятой системы технического обслуживания и ремонта, выявление неучтенных конструктором вариантов и режимов работы и путей совершенствования машин.

12.2. Критерии работоспособности деталей

За критерии работоспособности принимают требования к детали, без удовлетворения которых нормальная работа детали, машины, узла невозможна.

1) *Прочность* – свойство деталей в заданных условиях воспринимать приложенные нагрузки без разрушения или недопустимых пластических деформаций.

Наиболее распространенным методом оценки прочности является сравнение действующих и допускаемых напряжений и коэффициента запаса прочности:

$$[\sigma] \geq \frac{F}{A} = \sigma, [S] \geq S, \quad (12.1)$$

где $[\sigma]$ – допускаемое или безопасное напряжение для данной детали, выполненной из определенного материала.

Напряжение – сила, приходящаяся на единицу площади поперечного сечения детали.

Измеряется в Па = Н/м²

Факторы от которых зависит прочность: 1) Материал детали, 2) Термообработка, 3) Вид и характер нагрузки, 4) Состояние поверхности, 5) Точность изготовления.

2) *Жесткость* – способность детали сохранять размеры и форму под приложенной нагрузкой

3) *Устойчивость* – критерий работоспособности длинных и тонких стержней или аналогичных им деталей, а также корпусов и оболочек находящихся под внешним или внутренним давлением.

4) *Износостойкость* – способность деталей сохранять размеры в условиях трения рабочих поверхностей.

5) *Теплостойкость и вибростойкость* – способность деталей сохранять свои размеры и свойства под действием температур и вибраций.

12.3. Выбор допускаемых напряжений

От выбора допускаемого напряжения зависит прочность детали и ее металлоемкость. При его выборе с запасом можно получить большие размеры и металлоемкость деталей. Если же их принимать наименьшими, то возможны аварийные ситуации.

Допускаемым называется максимальное напряжение, при котором выполняются критерии работоспособности детали.

Существует 2 метода определения допускаемых напряжений: *табличный и дифференциальный*. Табличный способ заключается в отыскании допускаемого напряжения в специальных таблицах, составленных для различных материалов и видов нагружения детали.

В наиболее ответственных случаях применяют дифференциальный метод, заключающийся в расчете допускаемого напряжения по формуле, учитывающей различные факторы, влияющие на прочность детали.

В общем случае:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{пред}}{S}. \quad (12.2)$$

12.4. Сварные соединения

Неразъемные соединения – это соединения, которые можно разобрать только после частичного или полного разрушения соединяемых деталей (заклепочные, сварные, клеевые, с гарантированным натягом).

Основаны на использовании сил молекулярного сцепления, возникающих между частицами соединяемых деталей при сильном местном их нагреве (сварка плавлением) или доведение их до пластичного состояния давлением (сварка давлением).

Преимущества: малая трудоемкость процесса изготовления деталей и сборочных единиц; экономия металлов и дешевизна; компактность; технологичность.

Недостатки: остаточные напряжения в сварных деталях (возможно их коробление); плохое восприятие переменных и вибрационных нагрузок; сложность контроля качества шва.

Классификация сварных соединений и сварных швов

В зависимости от расположения свариваемых деталей: стыковые (а, б, е, з, м), тавровые (и, к), нахлесточные (г, д), угловые (в) (Рис. 12.1).

Стыковые швы: по форме подготовленных кромок – без скоса кромок (при толщине свариваемых деталей до $\delta = 8$ мм), *V* – образные (до $\delta = 16$ мм, *X* – образные, *U* – образные (до $\delta = 40$ мм).

Угловые сварные швы: по форме подготовленных кромок – без скоса кромок (а, б, в, г, д, и), со скосом одной кромки (е), со скосом двух кромок (ж, з, к); по расположению относительно действующей силы – лобовые (швы расположены перпендикулярно действию силы; фланговые – параллельно действующей силе; наклонный (косой); комбинированные.

В тех случаях, когда прочности лобовых и фланговых швов недостаточно применяют прорезные, проплавочные и пробочные швы.

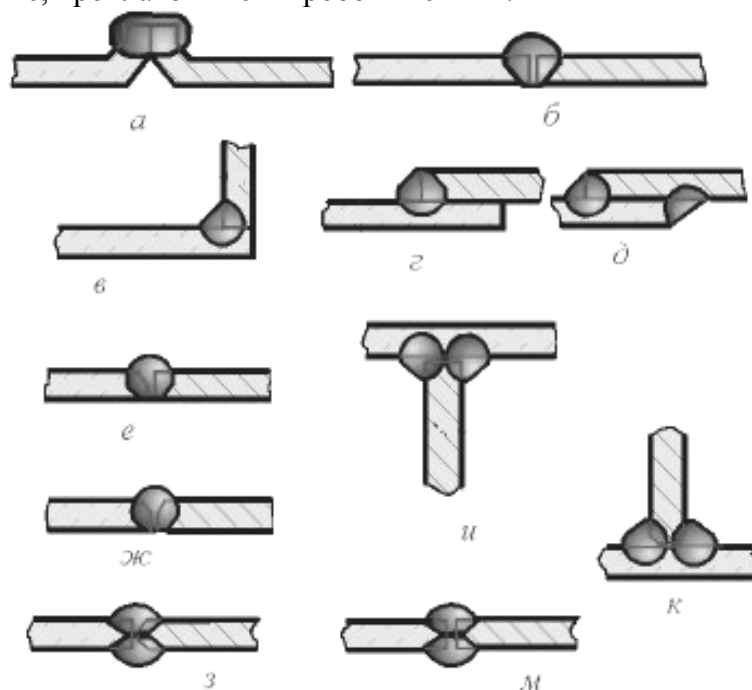


Рис. 12.1 Схемы сварных швов.

Расчет на прочность сварных швов и соединений

Стыковые сварочные швы (Рис. 13.2). При расчетах за параметры стыкового шва принимают ширину шва B и толщину δ деталей, утолщением шва пренебрегают.

$$\sigma'_p = \frac{F}{B\delta} \leq [\sigma'_p], \quad (12.3)$$

где σ'_p и $[\sigma'_p]$ – расчетное и допускаемое напряжения материала шва.

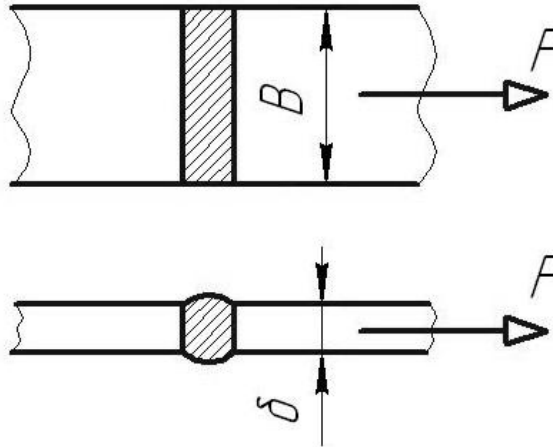


Рис. 12.2 Схема стыкового шва.

Расчет стыкового шва при действии момента (Рис. 13.3).

$$\sigma'_p = \frac{6M}{B\delta^2} \leq [\sigma'_p]. \quad (12.4)$$

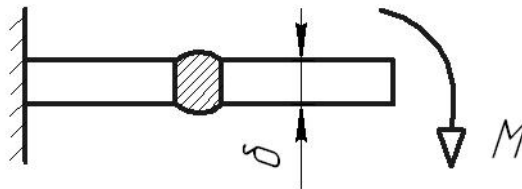


Рис. 12.3. Схема стыкового шва при действии момента.

Отношение $[\sigma']$ к допускаемому напряжению для основного металла является коэффициентом прочности сварного соединения встык

$$\varphi = \frac{[\sigma'_p]}{[\sigma_p]} = (0,8 \dots 1,0). \quad (12.5)$$

Расчет на прочность угловых сварных швов

Основной геометрической характеристикой углового шва является *катет шва*. Обычно $\kappa = \delta$. Разрушение происходит по медиане, проведенной к гипотенузе $h = 0,707 \kappa = 0,7 \delta$ (Рис. 12.4).

Основное уравнение прочности:

$$\tau'_c = \frac{F}{0.7\kappa l} \leq [\tau'_c], \quad (12.6)$$

где τ'_c – расчетное напряжение среза,

F – сила действующая на шов,

κ – катет шва,

l – длина сварного шва,

$[\tau'_c]$ – допускаемое напряжение на срез материала шва.

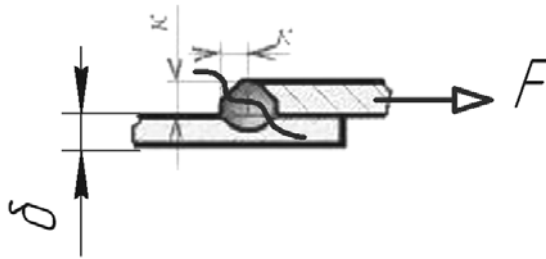


Рис. 12.4. Схема углового шва.

12.5. Соединения с гарантированным натягом

Соединения, образующиеся за счет натягов посадочной поверхности в результате соединения втулки с валом имеющих разность размера сопрягаемых поверхностей, обеспечивают гарантированный натяг.

Взаимная неподвижность соединяемых деталей обеспечивается силами трения, возникающими на поверхности контакта деталей.

По способу сборки соединения с гарантированным натягом классифицируются: а) соединения полученные прессованием, б) с нагревом охватывающей детали, в) с охлаждением охватываемой детали.

Преимущества: простота конструкции, хорошее центрирование соединяемых деталей, возможность восприятия больших переменных и знакопеременных нагрузок.

Недостатки: Сложность сборки и разборки соединения, необходимость высокой точности изготовления, возможность повреждения соединяемых деталей при сборке.

Расчет на прочность соединения с гарантированным натягом

Эквивалентное напряжение для охватывающей детали:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{2p}{1 - \left(\frac{d_2}{d}\right)^2} \leq [\sigma_p], \quad (12.7)$$

где $[\sigma_p]$ – допускаемое напряжение растягиваемой детали,

d – посадочный диаметр (Рис. 3.5).

Для охватываемой детали:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{2p}{1 - \left(\frac{d_1}{d}\right)^2} \leq [\sigma_p], \quad (12.8)$$

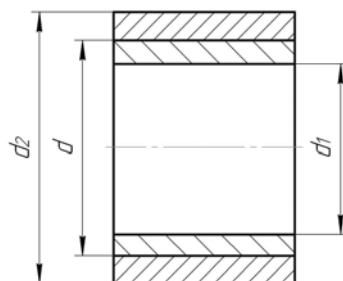


Рис. 12.5. Схема соединения с гарантированным натягом

12.6. Клеевые соединения

Неразъемные соединения элементов конструкции образованные с помощью тонкой клеевой прослойки называется клеевыми (Рис. 12.6). Эти соединения образуются за счет сил адгезии (сцепления) в процессе затвердевания клея.

Преимущества: Компактность и простота, возможность соединения тонкостенных деталей, возможность склеивания разнородных материалов, герметичность, не ослабляется сечение соединяемых деталей.

Недостатки: старение, возникающее с течением времени и снижение прочности соединения, ограниченная теплостойкость, выдержка в определенных условиях, необходимых для образования соединения.

Расчет на прочность внахлест производится по напряжению среза:

$$\tau'_p = \frac{F}{B\delta} \leq [\tau'_p], \quad (12.9)$$

где F - растягивающая сила,

B - ширина клеящего слоя,

l - длина клеящего слоя

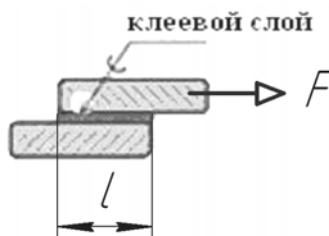


Рис.12.6. Клеевое соединение

12.7. Соединения пайкой

Соединение пайкой образуется в результате химических связей материала деталей и припаянного материала, называемого припоем (Рис. 13.7). Температура плавления припоя (например, олова) ниже температуры плавления материала деталей, поэтому в процессе пайки детали остаются твердыми. Нагрев припоя и деталей при пайке осуществляется паяльником, газовой горелкой и т.д.

Расчет на прочность паяных соединений аналогичен расчету клеевых соединений.

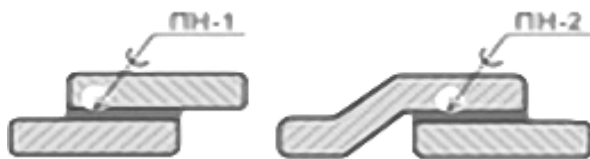


Рис.13.7. Соединение пайкой

12.8. Клепанные соединения

Применяются для соединения изделий из листового материала или проката, в конструкциях работающих в условиях ударных или вибрационных нагрузок; при небольших толщинах соединяемых деталей; для скрепления деталей из различных материалов; деталей, не допускающих нагрева или не свариваемых (Рис. 12.8).

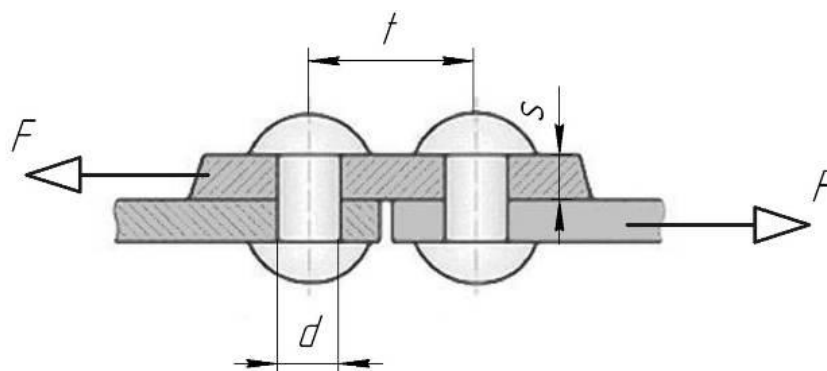


Рис.12.8. Клепанное соединение

Расчет на прочность:

$$\sigma = \frac{P_t}{(t-d)s} \leq [\sigma], \quad (12.10)$$

где $\varphi = \frac{\sigma'}{\sigma}$ - коэффициент прочности заклепочного шва.

Вопросы для самоконтроля

1. Требования к машинам.
2. Критерии работоспособности деталей.
3. Сварные соединения.
4. Соединения с гарантированным натягом.
5. Клеевые соединения.
6. Паянные соединения.
7. Клепанные соединения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Филатов, Ю.Е. Введение в механику материалов и конструкций [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93704>. — Загл. с экрана.
2. Андреев, В.И. Детали машин и основы конструирования. Курсовое проектирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Андреев, И.В. Павлова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12953>. — Загл. с экрана.

Дополнительная

1. Скотников Д.А., Детали машин: учебное пособие / Д.А. Скотников, А.В. Анисимов, Д.А. Заруцкий - ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ» - Саратов:, ООО Издательский Центр «Наука», 2010. – 112 с. - Б. ц.
2. Гулиа, Н.В. Детали машин [Электронный ресурс] : учеб. / Н.В. Гулиа, В.Г. Клоков, С.А. Юрков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5705>. — Загл. с экрана.

Лекция 13

РАЗЪЕМНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

13.1. Резьбовые соединения

Разъемными являются соединения, которые позволяют производить многократную сборку и разборку без повреждения соединяемых деталей (резьбовые, шпоночные, штифтовые и др).

Это соединения, осуществляющиеся посредством резьбы.

Преимущества: Надежность, простота изготовления и контроля, удобство сборки и разборки без ухудшения качества соединения, практически любая степень затяжки.

Недостатки: наличие концентрации напряжений в резьбовых деталях, некоторые усложнения конструкции, для ходовых резьб относительно низкий КПД.

Основными деталями резьбовых соединений являются: болты, винты, шпильки, гайки.

Методы изготовления резьбы:

1) Нарезка вручную (метчиками, плашками), 2) Нарезка на токарно-винторезных станках, 3) Фрезерованием на резьбофрезерных станках, 4) Накатка на резьбонакатных станках – автоматах, 5) Литьем на деталях из стекла и пластмассы, 6) Выдавливанием на тонкостенных деталях.

Классификация резьб: 1) По форме основной поверхности – цилиндрическая и коническая, 2) По форме профиля резьбы – треугольная, прямоугольная, трапециидальная и круглая, 3) По направлению винтовой линии – левая и правая, 4) По числу заходов – одно, 2-х и многозаходная, 5) По назначению – крепежные и ходовые.

Крепежные резьбы: 1) Метрические (а), 2) Дюймовые (б), 3) Трубная – треугольная резьба со скругленными вершинами, 4) Круглая (в) (Рис.13.1).

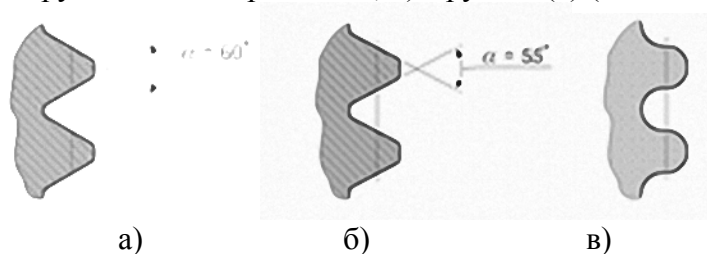


Рис.13.1. Крепежные резьбы

Ходовые резьбы – прямоугольная (а), трапециидальная симметричная (б), трапециидальная не симметричная (упорная) (в) (Рис.13.2).

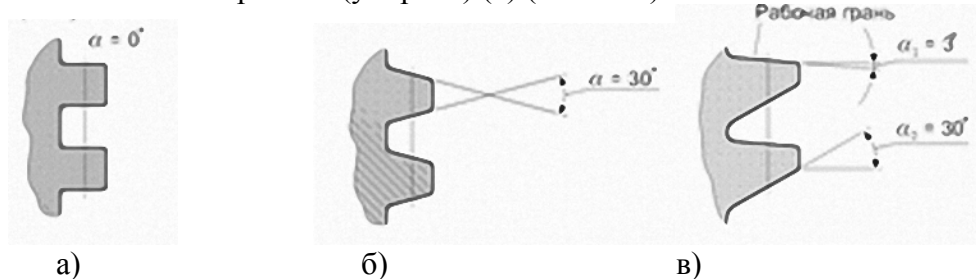


Рис.13.2. Ходовые резьбы

Расчет болтов и шпилек при действии статических нагрузок

Разрушение болтов, винтов и шпилек обычно происходит вследствие разрыва по резьбе стержня.

Ненапряженным называется болтовое соединение, в котором до приложения или снятия основной нагрузки напряжение в стержне болта отсутствует (болтовое соединение свободное).

Напряженным называется болтовое соединение, в котором до приложения или снятия основной нагрузки в стержне болта имеются местные напряжения от предварительной затяжки (Рис.13.3).

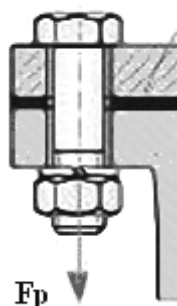


Рис. 13.3. Болтовое соединение

Основное уравнение прочности будет иметь вид:

$$\sigma_p = \frac{F}{A} = \frac{4F_p}{\pi d_1^2} \leq [\sigma_p], \quad (13.1)$$

где σ_p и $[\sigma_p]$ – расчетное и допускаемое напряжения материала болта,
 F_p – осевая растягивающая сила,
 d_1 – внутренний диаметр резьбы болта.

Способы стопорения резьбовых соединений

- а) повышение или стабилизация трения в резьбе: - пружинная шайба (а),
- б) гайку жестко соединяют с деталью (сваркой) (б).
- в) контргайка, обжатие гайки, вворачивание штифта (в).
- г) гайку жестко соединяют со стержнем болта (штифт) (г) (Рис.13.4.).

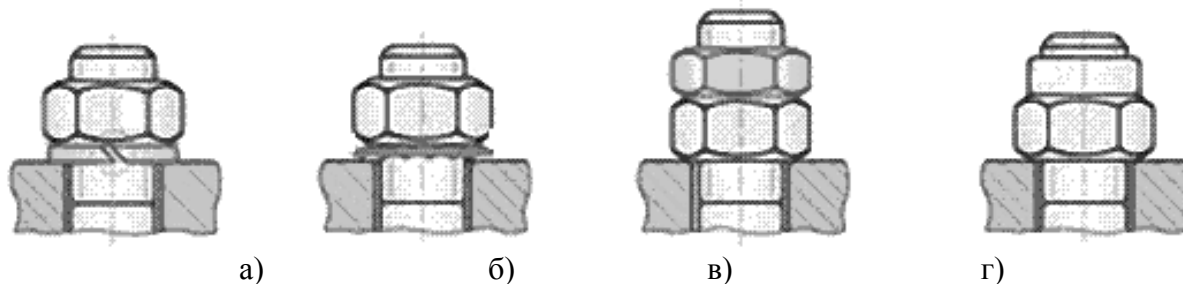


Рис.13.4. Способы стопорения резьбовых соединений

13.2. Шпоночные соединения

Шпоночные соединения служат для закрепления деталей на осях и валах. Такими деталями являются шкивы, зубчатые колеса, муфты и д.р.

Шпонки бывают: клиновые, призматические и сегментные (Рис.13.5).

Наиболее распространенными являются соединения призматическими шпонками. Во многих случаях посадка ступицы на вал производится с натягом. Момент передается с вала на ступицу боковыми узкими гранями шпонки. при этом на них возникают напряжения смятия $\sigma_{см}$, а в продольном сечении шпонки – напряжения среза

т. Для простоты расчета допускают, что шпонка врезана в вал наполовину своей высоты, напряжения $\sigma_{см}$ распределяются равномерно по высоте и длине шпонки.

Рассматривая равновесие вала или ступицы при таких допущениях, получим условия прочности в виде:

$$\sigma_{см} = \frac{4T}{(hl_p d)} \leq [\sigma_{см}], \quad (13.2)$$

$$\tau = \frac{2T}{(bl_p d)} \leq [\tau]. \quad (13.3)$$

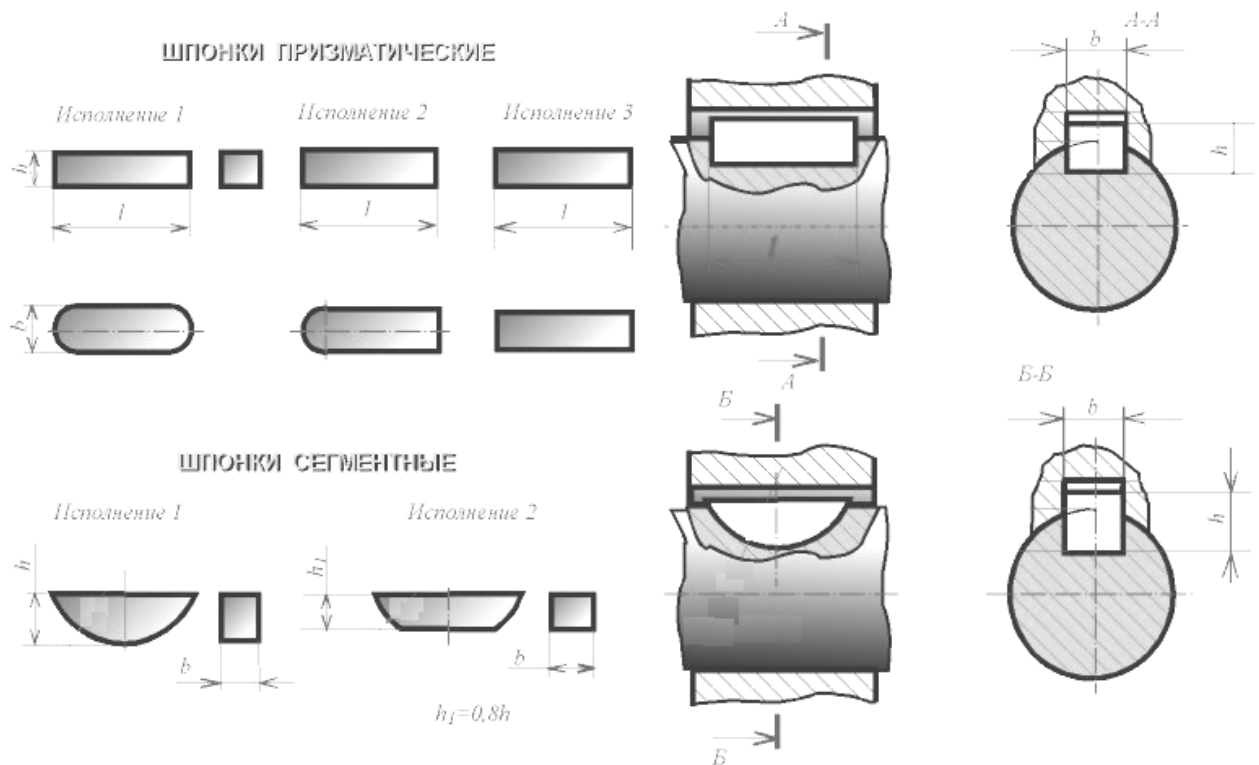


Рис.13.5. Типы шпонок.

Преимущества: простота конструкции и низкая стоимость, возможность взаимозаменяемости.

Недостатки: соединение ослабляет вал и ступицу шпоночными пазами, концентрация напряжений в зоне шпоночной канавки, прочность соединения, как правило, ниже прочности вала и ступицы.

13.3. Шлицевые соединения

Шлицевыми называются разъемные соединения составных частей изделия с применением пазов (шлицев) и выступов (Рис. 13.6). Шлицевое соединение можно представить как многошпоночное, у которого шпонки выполнены за одно с валом. Шлицевые соединения бывают подвижные и неподвижные.

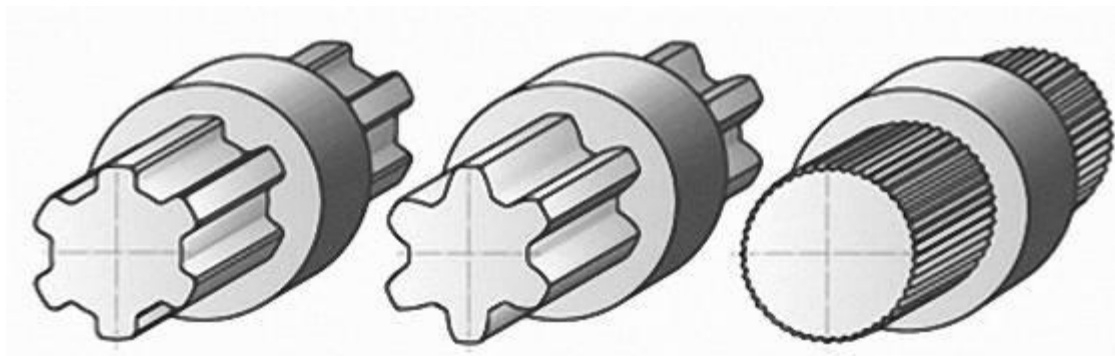


Рис. 13.6. Шлицевые соединения

Достоинства: простота конструкции, большая нагрузочная способность, высокая надежность при динамических нагрузках, лучшее центрирование соединенных деталей.

Недостатки: высокая трудоемкость и стоимость изготовления.

13.4. Клиновые, штифтовые и профильные соединения

Клиновыми называются соединения с применением детали имеющей форму клина (Рис.13.7).

Клиновые соединения подразделяют на установочные (предназначенные для регулирования и установки нужного взаимного положения деталей) и силовые (предназначенные для соединения деталей).

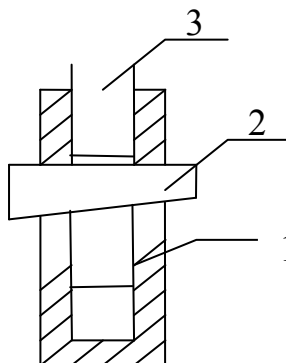


Рис.13.7. Клиновое соединение
1, 3 – Соединяемые детали; 2 – Клин.

Достоинства: простота и надежность конструкции, возможность создания и восприятия больших усилий, быстрота сборки и разборки.

Недостатки: ослабление сечений соединяемых деталей и концентрация напряжений.

Штифтовыми называются соединения составных частей изделия с применением штифта (Рис.13.8).

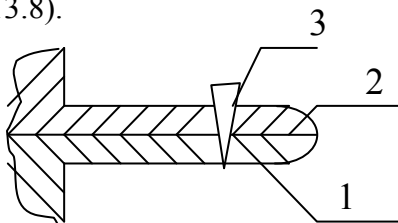


Рис.13.8. Штифтовое соединение
1, 3 – Соединяемые детали; 2 – Штифт.

Достоинства: простота конструкции, технологичность и низкая стоимость.

Недостатки: ослабление сечения вала отверстием и связанная с этим концентрация напряжения.

Профильными называются соединения, у которых сопрягаемые поверхности составных частей изделия имеют форму определенного профиля (соединения ступицы с валом овального, квадратного и других форм).

Они аналогичны шпоночным и штифтовым соединениям, но имеют свои преимущества вследствие отсутствия резких переходов в форме сечения.

Вопросы для самоконтроля

1. Резьбовые соединения.
2. Шпоночные соединения.
3. Шлицевые соединения.
4. Клиновые соединения.
5. Штифтовые соединения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Филатов, Ю.Е. Введение в механику материалов и конструкций [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93704>. — Загл. с экрана.

2. Андреев, В.И. Детали машин и основы конструирования. Курсовое проектирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Андреев, И.В. Павлова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12953>. — Загл. с экрана.

Дополнительная

1. Скотников Д.А., Детали машин: учебное пособие / Д.А. Скотников, А.В. Анисимов, Д.А. Заруцкий - ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ» - Саратов:, ООО Издательский Центр «Наука», 2010. – 112 с. - Б. ц.

2. Гулиа, Н.В. Детали машин [Электронный ресурс] : учеб. / Н.В. Гулиа, В.Г. Клоков, С.А. Юрков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5705>. — Загл. с экрана.

КОНСТРУКЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ. ТЕРМИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА

14.1. Основные конструкционные материалы

Одним из основных факторов определяющих надежность любого оборудования является выбор материалов деталей в процессе конструирования.

В настоящее время для изготовления деталей различного оборудования используется широкий спектр природных и синтетических материалов, среди которых чаще всего используют стали, цветные материалы и их сплавы, порошковые и композиционные материалы, пластмассы, стеклокерамические материалы и др.

14.2. Классификация конструкционных материалов

Металлы: черные и цветные.

Черные – сплавы – *чугуны* (серый, белый, обыкновенный, качественный, легированный, модифицированный) *стали* – углеродистые, инструментальные, легированные, специальные.

Цветные – сплавы и металлы.

Сплавы – латунь, бронза, силумин, дюралюминий и др.

Металлы – медь, алюминий, никель, хром, титан, свинец, цинк, серебро и др.

Неметаллы: древесина, лакокрасочные материалы, стекло и керамика, клеи, резины, пластмассы.

Резина – обычная, бензомаслостойкая, кислотоустойчивая и вакуумная.

Подробнее: *Чугун* – это сплав железа и углерода с содержанием углерода более 2%.

Используется для изготовления неотчетственных деталей, а также деталей подвергающихся интенсивному абразивному и коррозионному процессам.

Обозначение – СЧ 15, где 15 – предел прочности при растяжении, МПа

Стали – сплав железа и углерода с содержанием углерода до 2%.

Конструкционные стали подразделяются на *углеродистые* и *легированные*.

Углеродистые подразделяются на стали *обыкновенного качества* и *стали специального назначения*. Стали обыкновенного качества используют для изготовления малонагруженных деталей. Обозначаются – Ст.0...Ст.6.

Углеродистые стали повышенного качества применяют для изготовления ответственных деталей Сталь 10...65, где 10...65 % содержание углерода в сотых долях процента.

Высокоуглеродистые стали – У7 – У10 применяют для изготовления рабочих органов машин.

Легированные стали используются для изготовления ответственных деталей, подверженных интенсивному абразивному изнашиванию и воздействию агрессивных сред.

Нержавеющие стали – стали с высоким содержанием хрома, никеля и др. элементов.

Пример: Сталь 20ХН3А – 0,2% углерода, 1% хрома, 3% никеля, буква А – означает, что сталь высококачественная (содержит примесей менее 0,025%).

Легировующие элементы: В – вольфрам, Г – марганец, Д – медь, К – кобальт, Н – никель, М – молибден, Р – бор, Х – хром, С – кремний.

Цветные металлы и сплавы – наиболее распространены цветные сплавы на основе алюминия и меди. Алюминиевые сплавы – на литейные АЛ и АК и деформируемые АД, Д1, Д16. Используются для изготовления корпусов маломощных редукторов, фланцев, кронштейнов и др.

Медные сплавы – медно-цинковые – латуни, оловянистые – бронза.

Латунь – сплав меди, цинка и легирующих элементов.

Бронза – сплав меди с оловом, железом, свинцом и рядом других компонентов при отсутствии цинка. Например - БрА10ЖЗМц2

Латуни также разделяются на литейные ГОСТ 1711 и деформируемые ГОСТ 15527.

Латуни и бронза применяются для изготовления деталей контактирующих с агрессивными средами, для изготовления радиаторов, втулок, подшипников скольжения.

Пластмассы – являются новыми материалами, применение которых в машиностроении все более расширяется. Из пластмасс можно получать изделия почти любой сложной формы высокопроизводительными методами. Второе преимущество пластмасс это сочетание легкости и высокой прочности – удельной прочности, что позволяет широко использовать их в конструкциях вес которых имеет особо важное значение (авиация, автомобилестроение). В других отраслях машиностроения пластмассы применяют для производства корпусных деталей, а также зубчатых колес, шкивов, вкладышей подшипников и т. д.

Главным недостатком, пока еще не устраненным, является их склонность к старению, которое сопровождается изменением характеристик и даже размеров в процессе эксплуатации.

14.3. Термическая обработка

Термической обработке подвергаются стали. Она заключается в нагреве материала (I) до температуры структурных преобразований, выдержки (II) в течение заданного времени и охлаждения (III) (Рис.14.1).

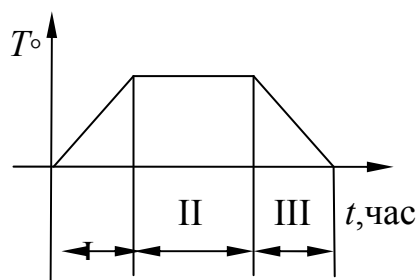


Рис.15.1. Термическая обработка

14.4. Виды термических обработок

Отжиг – характеризуется медленным охлаждением после нагрева и выдержки, применяется с целью снижения твердости материала и улучшения обрабатываемости резанием, а также с целью снятия остаточных напряжений.

Нормализация – охлаждение происходит на воздухе, применяется с целью получения однородной структуры с более высокой твердостью и прочностью. Используется с целью выравнивания структурной неоднородности металла.

Закалка – отличается высокой скоростью охлаждения. Металл приобретает мелкую зернистую структуру с высокой твердостью, прочностью и износостойкостью. Закалка бывает объемная (нагревается вся деталь) и поверхностная (только поверхностный слой). Поверхностную закалку проводят токами высокой частоты.

14.5. Химико-термическая обработка

При данной обработке изменяется химический состав поверхностных слоев детали (0,2-1,5 мм). Достигается повышение твердости, прочности, износостойкости.

Насыщение поверхностного слоя: С (углеродом) - цементация; N_2 (азотом) - азотирование; $N_2 + C$ - цианирование; В (бором) - борирование.

14.6. Кинематические пары и цепи

Все машины и механизмы состоят из звеньев. *Звено* это материальное тело, входящее в состав механизма и подвижно соединенное с другими материальными телами, входящими в состав этого же механизма. Для соединения с другими материальными телами у каждого звена имеется специально оформленная часть, которая называется *кинематическим элементом*. Например – коленчатый вал (шейка), блок цилиндров – пастель, вал имеет специальное место под подшипник. При взаимодействии 2-х кинематических элементов, образуется *кинематическая пара*, другими словами кинематическая пара это два кинематических элемента, по одному на каждое из 2-х звеньев.

Кинематические пары в машинах и механизмах бывают: *в зависимости от вида движения*: вращательные, поступательные, винтовые, вращательно – поступательные. *По характеру соприкосновения* – низшие, когда кинематические элементы соприкасаются по всей поверхности (поршень – гильза), высшие – когда соприкосновение осуществляется в точке или в линии (колесо трамвая – рельс, все зубчатые колеса).

Связанная система звеньев, образующая между собой кинематические пары называется кинематической цепью.

Кинематические цепи подразделяются на:

1) плоские и пространственные - у плоских траектории точек звеньев расположены в одной или нескольких параллельных плоскостях, у пространственных - траектории точек могут пересекаться и перекрещиваться.

2) простые и сложные – цепь называется простой, если каждое звено входит не более чем в две кинематические пары.

3) замкнутые и незамкнутые – большинство кинематических цепей в машинах замкнуты, кроме одной – это весы.

Вопросы для самоконтроля

1. Основные конструкционные материалы.
2. Классификация конструкционных материалов.
3. Отжиг.
4. Нормализация.
5. Закалка.
6. Химико-термическая обработка
7. Кинематические пары и цепи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Филатов, Ю.Е. Введение в механику материалов и конструкций [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93704>. — Загл. с экрана.

2. Андреев, В.И. Детали машин и основы конструирования. Курсовое проектирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Андреев, И.В. Павлова. —

Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12953>. — Загл. с экрана.

Дополнительная

1. Скотников Д.А., Детали машин: учебное пособие / Д.А. Скотников, А.В. Анисимов, Д.А. Заруцкий - ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ» - Саратов, ООО Издательский Центр «Наука», 2010. – 112 с. - Б. ц.
2. Гулиа, Н.В. Детали машин [Электронный ресурс] : учеб. / Н.В. Гулиа, В.Г. Клоков, С.А. Юрков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5705>. — Загл. с экрана.

Лекция 15

ПЕРЕДАЧИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Передача – устройство, главная функция которого передача энергии на расстояние, в зависимости от способа передачи энергии, они могут быть: механические, электрические, пневматические, гидравлические. В курсе деталей машин мы будем изучать только *механические* передачи вращательного движения.

Механической передачей называется механизм, который преобразует параметры движения источника энергии (двигателя) при передаче исполнительным органам, в этом случае передача осуществляет согласование параметров движения двигателя и исполнительного рабочего органа.

Передачи вращательного движения *по способу соединения тел вращения* бывают:

- 1) передачи с контактом тел вращения – зубчатые, червячные, фрикционные, винтовые,
- 2) передачи гибкой связью – ремённые и цепные; *по способу передачи движения* – передачи с зацеплением (зубчатые, червячные, цепные), трением – ремённые и фрикционные.

15.1. Кинематические и силовые параметры передач

Это параметры, характеризующие вращательное движение элементов передач:

- 1) Частота вращения, n (об/мин), выражается через угловую скорость (рад/с):

$$\omega = \frac{\pi n}{30}, \quad (15.1)$$

- 2) Крутящий момент на валу T , Нм

- 3) Окружная скорость (H) – сила вызывающая вращение тел или сопротивление вращению и направленная по касательной к траектории точки ее приложения.

$$F_t = \frac{2T}{d}, \quad (15.2)$$

- 4) Мощность на валу, P , Вт:

$$P = F_t v; \quad (15.3)$$

$$P = T\omega. \quad (15.4)$$

15.2. Передаточное отношение и КПД механизма

Отношение угловых скоростей ведущих и ведомых тел называется передаточным отношением.

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2}. \quad (15.5)$$

Для одноступенчатого редуктора:

$$U = \frac{z_2}{z_1}, \quad (15.6)$$

Передаточное отношение привода состоящего из нескольких передач, расположенных последовательно, равно произведению передаточных чисел всех его передач.

$$i = i_1 i_2 \dots i_n = \frac{\omega_1}{\omega_{n+1}}, \quad (15.7)$$

где n – число передач, входящих в привод.

КПД привода равен отношению мощности на ведомом и ведущем валах:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}, \quad (15.8)$$

В общем случае КПД привода состоящего из нескольких передач равен произведению КПД передач входящих в привод:

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \dots \eta_n = \frac{P_{n+1}}{P_1}. \quad (15.9)$$

15.3. Ременные передачи

Передача вращения посредством ремня, надетого на шкивы, называется ременной передачей (Рис. 15.1).

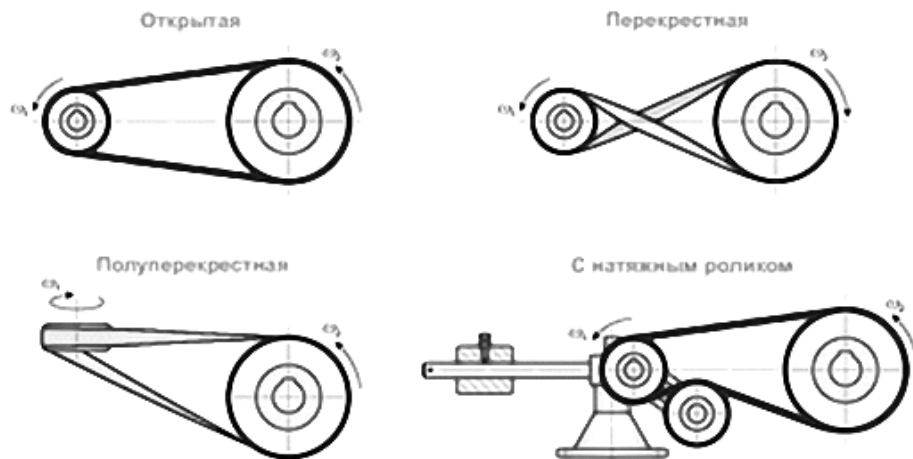


Рис. 15.1

Ременные передачи применяют преимущественно в тех случаях, когда по условиям конструкции валы расположены на значительных расстояниях или высокие скорости не позволяют применять другие виды передач.

Ременные передачи бывают: *По форме поперечного сечения ремня:* плоскоременные (а), клиноременные (б), круглоременные (г) а также передачи с зубчатыми ремнями (в, д, е) (Рис. 15.2).

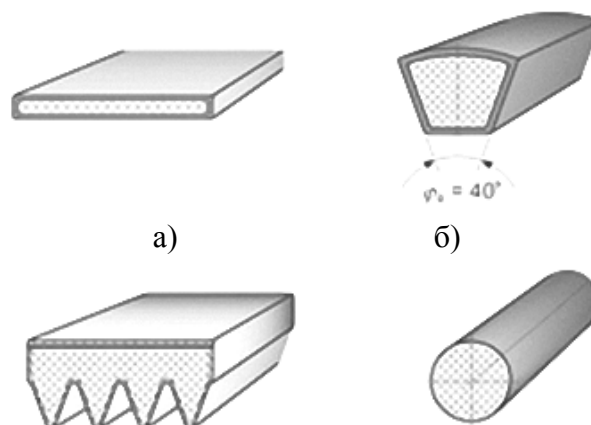




Рис. 15.2. Формы поперечного сечения ремней

Плоскоременные передачи более простые по конструкции, однако, клиноременные обладают большей нагрузочной способностью.

Ременные передачи *по расположению осей валов* подразделяются:

1) Открытыми с параллельно расположенными осями валов и вращением шкивов в одном направлении, 2) перекрестные, с параллельными осями валов и вращением шкивов в противоположных направлениях, 3) полуперекрестные со скрещивающимися осями валов, 4) угловые со скрещивающимися или пересекающимися осями валов.

По способу натяжения ремня: с периодическим натяжением (перемещением опоры шкива); с автоматическим натяжением (натяжным роликом).

Преимущества ременных передач: 1) возможность больших межосевых расстояний, 2) плавность работы, гашение ударов за счет эластичности ремня и возможности проскальзывания, 3) простота конструкции и эксплуатации, 4) возможность передачи большого диапазона мощностей и скоростей, 5) относительно высокий КПД.

Недостатки: 1) относительно большие размеры передачи, 2) непостоянство передаточного отношения вследствие проскальзывания, 3) повышенная нагрузка на валы от натяжения ремня, 5) не долговечность ремней в среднем 2-3 тысячи часов работы.

Материал ремней: материал ремня должен обеспечивать надежность сцепления со шкивами и достаточную долговечность. Самые распространенные – резинотканевые ремни, кожаные, хлопчатобумажные цельнотканые, полимерные.

Клиновые ремни наиболее распространены и имеют трапециидальное сечение и выпускается 2-х типов: корд-шнуровые (а) и корд-тканевые (б) (Рис. 15.3). Корд шнуровые ремни более гибкие и долговечные поэтому применяются для более сложных условий работы.

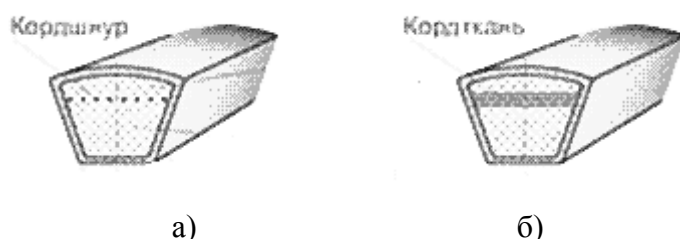


Рис. 15.3. Типы клиновых ремней

15.4. Расчет и проектирование ременных передач

Основными критериями работоспособности ременных передач являются: тяговая способность, определяемая силой трения между ремнем и шкивом; долговечность ремня, которая в условиях нормальной эксплуатации ограничивается разрушением от усталости (Рис. 15.4).

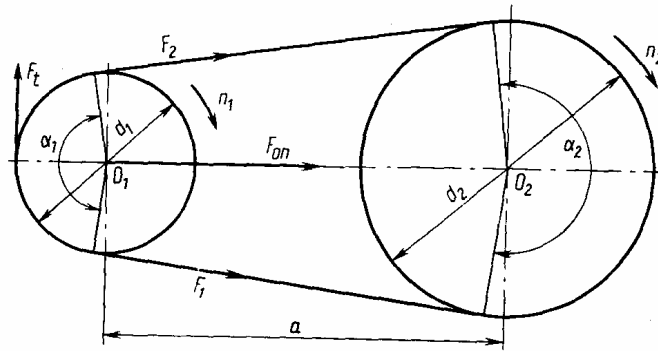


Рис. 15.4. Схема ременной передачи

Геометрические параметры ременных передач: a_w — межосевое расстояние передачи, d_1 и d_2 — диаметры ведущего и ведомого шкивов, α_1 , α_2 — угол обхвата ведущего и ведомого шкивов.

1) Передаточное отношение передачи:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} \approx \frac{d_2}{d_1}. \quad (15.10)$$

С учетом скольжения ремня:

$$u = \frac{d_2}{d_1(1-\xi)}. \quad (15.11)$$

где ξ (дзетта) — коэффициент скольжения ремня $\xi = 0,01 \dots 0,02$.

Передаточное отношение ременной передачи обычно не превышает шести;

2) Скорость ремня

$$v = \frac{\pi d n}{60}. \quad (15.12)$$

3) Угол обхвата меньшего шкива

$$\alpha_1 = 180 - 57 \frac{d_2 - d_1}{a}. \quad (15.13)$$

4) Длина ремня

$$l \approx 2a + 0.5\pi(d_2 + d_1) + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4a}. \quad (15.14)$$

15.5. Силовые взаимодействия в ременной передаче

Окружная сила ременной передачи:

$$F_t = \frac{k_g P_1}{v}, \quad (15.15)$$

где F_1 — натяжение ведущей ветви,

F_2 — натяжение ведомой ветви.

P_1 — мощность на ведомом шкиву,

V — скорость ремня,

k_g — коэффициент динамической нагрузки.

Окружная скорость равна:

$$F_t = F_1 - F_2, \quad (15.16)$$

Сила начального натяжения:

$$F_0 = A\sigma_0, \quad (15.17)$$

где A – площадь поперечного сечения ремня,
 σ_0 – начальное напряжение в ремне.

$$2F_0 = F_1 + F_2, \quad (15.18)$$

Решая совместно выражения (3.30) и (3.31) получим:

$$F_1 = F_0 + \frac{F_t}{2}; \quad (15.19)$$

$$F_2 = F_0 - \frac{F_t}{2}. \quad (15.20)$$

Уравнения (15.19, 15.20) представляют систему 2-х уравнений с тремя неизвестными, для его решения Эйлером было получено уравнение, представляющее собой зависимость между силой трения ремня о шкив и тяговой способностью передачи:

$$F_1 = F_2 e^{f\alpha}, \quad (15.21)$$

где $e = 2,71$, f – коэффициент трения ремня о шкив, α – угол обхвата шкива ремнем.

Решая совместно уравнения (15.19) и (15.21) получим выражения:

$$F_1 = F_t \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1}, \quad (15.22)$$

$$F_2 = F_t \frac{1}{e^{f\alpha} - 1}, \quad (15.23)$$

$$F_0 = \frac{F_t}{2} \frac{(e^{f\alpha} + 1)}{(e^{f\alpha} - 1)}. \quad (15.24)$$

Формулы (15.23 и 15.24) устанавливают связь сил натяжения ветвей работающей передачи с величиной нагрузки F_t и факторами трения (f и α). Они позволяют также определить минимально необходимую величину предварительного натяжения ремня F_0 , при которой еще возможна передача заданной нагрузки F_t :

$$\text{Если:} \quad F_0 < \frac{F_t}{2} \frac{(e^{f\alpha} + 1)}{(e^{f\alpha} - 1)}, \quad (15.25)$$

то в передаче начнется буксование ремня.

Тяговая способность передачи характеризуется величиной максимально допустимой окружной силы F_t или полезного напряжения σ_F , учитывая формулы (3.34-3.36), можно сделать вывод, что допустимое по условию отсутствия буксования напряжение возрастает с увеличением напряжения от предварительного натяжения σ_0 :

$$\sigma_F = 2\sigma_0 \frac{e^{f\alpha} - 1}{e^{f\alpha} + 1}. \quad (15.26)$$

Практика показывает, что происходит значительное снижение долговечности ремня с увеличением σ_0 .

Силы натяжения ветвей ремня передаются на валы и опоры. Равнодействующая нагрузку можно определить по формуле:

$$R \approx 2F_0 \cos \frac{\beta}{2}. \quad (15.27)$$

Обычно R в два, три раза больше окружной силы F_t .

15.6. Цепные передачи

Передача вращательного движения, основанная на зацеплении цепи и звездочек, называется *цепной* и является передачей гибкой связью.

Классификация цепных передач

По конструкции – втулочные, роликовые (а), зубчатые (б), фасонно – звенные (в) (Рис.15.4). Втулочные цепи могут быть одно и двух рядные, роликовые – одно, двух, трех рядные. Износостойкость роликовой цепи выше, чем втулочной. Зубчатые цепи – позволяют передавать большие нагрузки, однако имеют высокую стоимость и массу. Фасонно-звенные цепи – имеют небольшую стоимость и простую конструкцию, поэтому широко используется в с/х машиностроении.

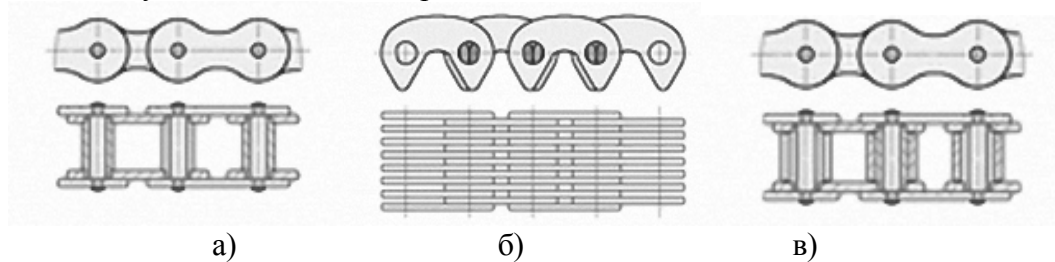


Рис.15.5. Конструкции цепей

По способу смазки цепи – периодическая смазка, капельная, картерная.

Преимущества цепных передач: 1) возможность передачи мощности на значительные расстояния, 2) постоянное передаточное число, 3) сравнительно небольшие нагрузки на валы, 4) большой диапазон передаваемых мощностей (до 100 кВт), 5) высокий КПД.

Недостатки: 1) сложность изготовления цепей и звездочек, 2) вытягивание цепей при эксплуатации, 3) необходимость смазки, подтягивания и др. ухода за цепью, 4) нежелательно применение цепных передач при ударных и резких колебательных нагрузках.

15.7. Расчет цепной передачи

Силовая схема цепной передачи аналогична силовой схеме ременной передачи (Рис.15.6). Следует различать: F_1 и F_2 – силы натяжения ведущей и ведомой ветвей цепи, F_t – окружная сила, F_0 – сила предварительного натяжения. Для цепной передачи, работающей по принципу зацепления, величина F_0 не имеет такого значения, как для ременной передачи.

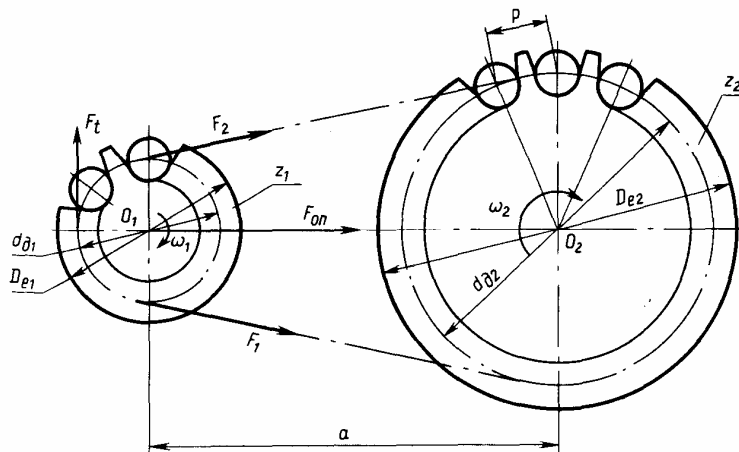


Рис.15.6. Силовая схема цепной передачи

1) Передаточное число цепной передачи:

$$u = \frac{z_2}{z_1}, \quad (15.28)$$

где z_1 и z_2 – число зубьев ведомой и ведущей звездочек.

2) Передаточное отношение

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}, \quad (15.29)$$

3) Скорость цепи.

$$V = \frac{pnz}{60 \cdot 10^3}, \quad (15.30)$$

где p – шаг цепи, мм; n – частота вращения звездочки, об/мин; z – число зубьев звездочки.

4) Делительный диаметр звездочки:

$$d = \frac{p}{\sin\left(\frac{\pi}{z}\right)}, \quad (15.31)$$

5) Межосевое расстояние передачи:

$$a = (30 \dots 50)p, \quad (15.32)$$

6) Число звеньев цепи:

$$z_{\text{зв}} = \frac{2a}{p} + \frac{z_1 + z_2}{2} + \frac{[(z_2 - z_1)/2\pi]^2 p}{a}, \quad (15.33)$$

Округляется до ближайшего целого числа.

7) Длина цепи:

$$l = z_{\text{зв}} p, \quad (15.34)$$

Основной критерий работоспособности приводных цепей это износостойкость их шарниров.

Расчет цепи на износостойкость производят по допускаемым давлениям в шарнирах цепи:

$$p = \frac{F_t k_3}{d_1 b_3} \leq [p]. \quad (15.35)$$

где d_1 и b_3 — соответственно диаметр валика и ширина внутреннего звена цепи;

$[p]$ — допускаемое давление в шарнирах цепи;

k_3 — коэффициент эксплуатации.

Вопросы для самоконтроля

1. Кинематические и силовые параметры передач.
2. Передаточное отношение и КПД механизма.
3. Схемы ременных передач.
4. Формы ремней.
5. Силы в ременной передаче.
6. Классификация цепных передач.
7. Расчет цепной передачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Филатов, Ю.Е. Введение в механику материалов и конструкций [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93704>. — Загл. с экрана.
2. Андреев, В.И. Детали машин и основы конструирования. Курсовое проектирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Андреев, И.В. Павлова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12953>. — Загл. с экрана.

Дополнительная

1. Скотников Д.А., Детали машин: учебное пособие / Д.А. Скотников, А.В. Анисимов, Д.А. Заруцкий - ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ» - Саратов:, ООО Издательский Центр «Наука», 2010. – 112 с. - Б. ц.
2. Гулиа, Н.В. Детали машин [Электронный ресурс] : учеб. / Н.В. Гулиа, В.Г. Клоков, С.А. Юрков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5705>. — Загл. с экрана.

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Принцип действия зубчатой передачи основан на зацеплении зубчатой пары.

Меньшее зубчатое колесо, вращающееся с большей частотой вращения и имеющее меньшее число зубьев, называется *шестерней*. Ведомое зубчатое колесо, имеющее большее число зубьев и меньшую частоту вращения называется *колесом*.

Преимущества зубчатых передач: 1) возможность передачи практически любой мощности при широком диапазоне скоростей, 2) компактность, 3) надежность, 4) постоянство передаточного числа, 5) высокий КПД, 6) возможность изготовления из разнообразных материалов.

Недостатки: 1) ограниченность передаточного числа передачи, до 12,5, 2) относительная сложность изготовления, 3) при неточном изготовлении зубчатая передача является источником вибрации и шума.

16.1. Классификация зубчатых передач

1) *По расположению осей валов* – с параллельными, пересекающимися и скрещивающимися осями валов. 2) *По форме зубчатого колеса* – цилиндрические, конические, эллиптические 3) *По форме зуба* – прямозубые, косозубые, с круговыми зубьями, шевронные, 4) *По взаимному расположению зубчатых колес* – с внешним зацеплением и внутренним, 5) *По форме профиля зуба* – эвольвентные, циклоидальные, передачи Новикова – с круговым профилем зубьев.

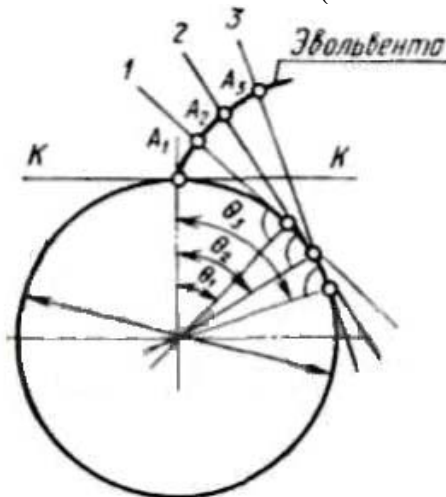
Зубчатые передачи могут быть открытыми и закрытыми, силовыми и кинематическими, простыми и планетарными.

Способы изготовления зубчатых колес: литьем, накаткой зубьев на заготовке, нарезание зубьев на заготовке.

16.2. Геометрия эвольвентного зубчатого зацепления

Постоянное передаточное отношение зубчатой передачи достигается при определенной форме профиля зубьев. Наибольшее распространение получили *эвольвентные* профили зубьев. Эвольвентное зацепление обеспечивает высокую прочность зубьев, допускает некоторое изменение межцентрового расстояния при износе или погрешности изготовления.

Эвольвентой называется кривая, описываемая какой – либо точкой, лежащей на прямой, перекатываемой по окружности без скольжения (Рис. 16.1).



16.3. Основные геометрические параметры зубчатой передачи

Основные геометрические параметры зубчатой передачи (Рис. 16.2): межосевое расстояние a_w , число зубьев шестерни z_1 и колеса z_2 , модуль m , передаточное число $U = i$.

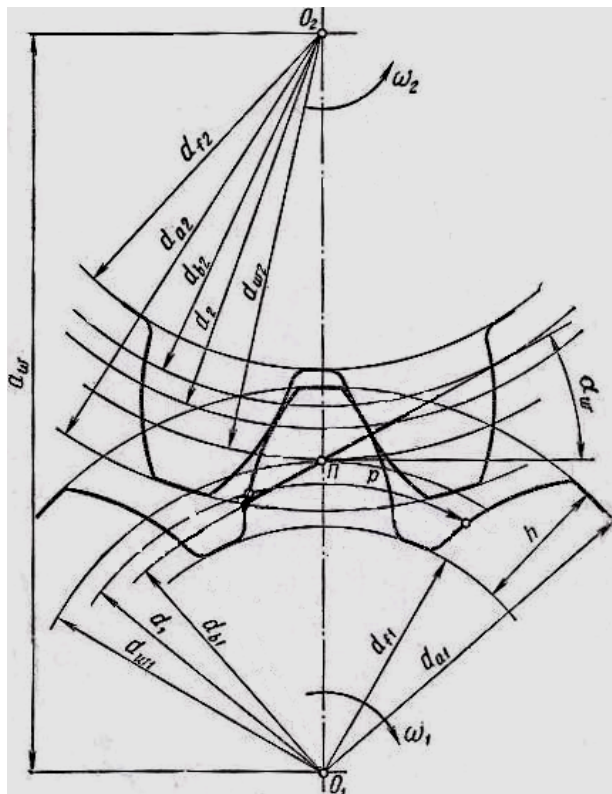


Рис. 16.2. Геометрические параметры зубчатой передачи

Основные геометрические параметры зубчатого колеса (Рис. 16.3): модуль, диаметр делительной окружности d , впадин d_f , вершин d_a , основной d_B , ширина b , высота зуба h_a , число зубьев z .

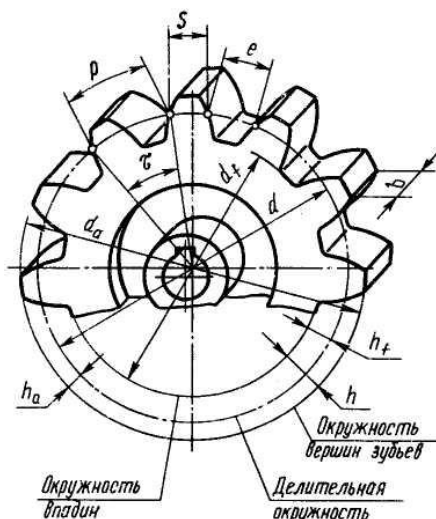


Рис. 16.3. Геометрические параметры зубчатого колеса.

Расстояние между одноименными профилями соседних зубьев по дуге окружности называется *о́кружным шагом* P_t .

Линейная величина в π раз меньше окружного шага зубьев называется *окружным модулем* зубчатого колеса.

$$m = \frac{P_t}{\pi} . \quad (16.1)$$

Все размеры зубьев цилиндрических зубчатых колес вычисляют по делительному нормальному модулю, который называется расчетным модулем зубчатого колеса или просто модулем. Значения модулей принимают по ГОСТу

Для цилиндрической прямозубой передачи существуют следующие зависимости:

- *модуль* – показывает сколько миллиметров делительной окружности зубчатого колеса приходится на 1 зуб:

$$m = \frac{d}{z} . \quad (16.2)$$

межосевое расстояние:

$$a_w = d_1 + d_2 = m(z_2 + z_1)/2 . \quad (16.3)$$

высота зуба:

$$h = h_a + h_f = h_a m + (h_a + c)m = 2.25m . \quad (16.4)$$

где h_a и c – соответственно коэффициенты высоты зуба и коэффициент радиального зазора, в общем случае их принимают равными $h_a=1$, $c=0,25$.

диаметр окружности впадин:

$$d_f = m(z - 2.5) . \quad (16.5)$$

диаметр окружности впадин:

$$d_a = d + 2h_a . \quad (16.6)$$

16.4. Элементы конструкции зубчатого колеса

1. *Венец* – часть ЗК, где расположены все зубья
2. *Обод* – часть ЗК, находящаяся между венцом и ступицей, служит для передачи крутящего момента от зубчатого венца к ступице.
3. *Ступица* – центральная часть зубчатого колеса с отверстием под вал, служит для соединения колеса с валом. (Рис. 17.4).

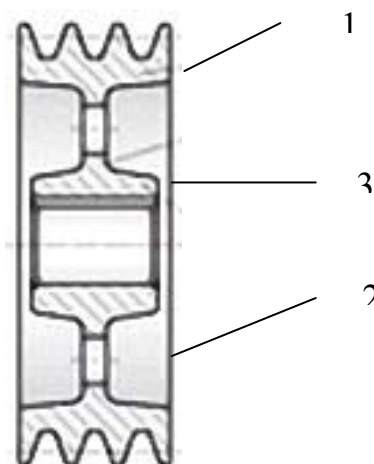


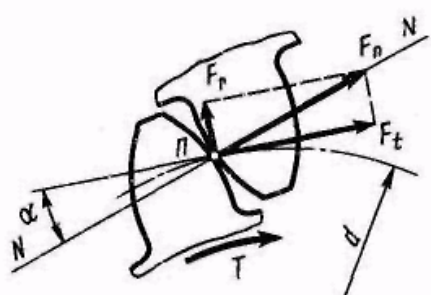
Рис. 16.4. Элементы конструкции зубчатого колеса

16.5. Материалы зубчатого колеса

Чугунные ЗК – СЧ 21....30.

Стальные ЗК – Ст.3...40, Сталь 40Х, 40ХН, 20ХГСА. Для повышения нагрузочной способности ЗК из углеродистой стали подвергают термообработке – улучшению, нормализации и поверхностной обработке – азотированию, закалке, цементации.

16.6. Силы, действующие зацеплении прямозубой цилиндрической передачи



Силовое взаимодействие колес заключается в передаче по линии NN силы нормального давления F_n . P – полюс; NN – нормаль зацепления (линия давления); α – угол зацепления; F_t – окружная сила (Рис. 16.5).

Рис. 16.5. Схема сил

Окружная сила:

$$F_t = F_n \cos \alpha. \quad (16.7)$$

Радиальная сила:

$$F_r = F_n \sin \alpha. \quad (16.8)$$

16.7. Виды разрушения зубьев

Контактные напряжения сосредотачиваются в пятне контакта и вызывают усталостное выкрашивание поверхности зубьев (в). Напряжения в зубьях возникающие в результате действия изгибающего момента вызывают поломку зубьев у основания (а, б). Кроме усталостных видов разрушения возникает также износ зубьев связанный с недостаточной смазкой и действием абразивных частиц (г), а также заедание зубьев, возникающее при отсутствии смазки или ее выдавливании с поверхности зубьев при действии больших нагрузок (д) (Рис. 16.6). При заедании происходит условное сваривание поверхностей и отрыв поверхностных слоев зубьев зубчатой передачи.

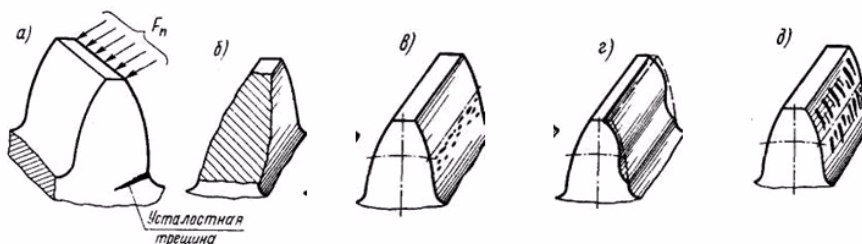


Рис. 16.6. Виды разрушения зубьев

16.8. Расчеты на прочность

1. Проверка зубьев колес по контактным напряжениям σ_H , Н/мм²:

$$\sigma_H = K \sqrt{\frac{F_t (u_\phi + 1)}{d_2 b_2}} K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{H\gamma} \leq [\sigma]_H, \quad (16.9)$$

где K – вспомогательный коэффициент,

F_t – окружная сила в зацеплении, Н;

$K_{H\alpha}$ – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями, для прямозубых колес $K_{H\alpha}=1$;
 $K_{H\beta}$ – коэффициент неравномерности нагрузки по длине зуба, для прирабатывающихся зубьев $K_{H\beta}=1$;
 K_{Hv} – коэффициент динамической нагрузки, зависящий от окружной скорости колес и степени точности передачи,
 u_{ϕ} – фактическое передаточное число.

2. Проверка по напряжениям изгиба зубьев шестерни σ_{F1} и колеса σ_{F2} , Н/мм²:

$$\sigma_{F2} = Y_{F2} Y_{\beta} \frac{F_t}{b_2 m} K_{F\beta} K_{Fv} \leq [\sigma]_{F2}, \quad (16.10)$$

$$\sigma_{F1} = \sigma_{F2} \frac{Y_{F1}}{Y_{F2}} \leq [\sigma]_{F1}. \quad (16.11)$$

где $K_{F\alpha}$ – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями, для прямозубых колес $K_{F\alpha}=1$;

$K_{F\beta}$ – коэффициент неравномерности нагрузки по длине зуба, для прирабатывающихся зубьев колес $K_{F\beta}=1$;

K_{Fv} – коэффициент динамической нагрузки, зависящий от окружной скорости колес и степени точности передачи;

Y_{F1} и Y_{F2} – коэффициенты формы зуба шестерни и колеса определяются в зависимости от эквивалентного числа зубьев шестерни и колеса;

Y_{β} – коэффициент, учитывающий наклон зуба, для прямозубых колес $Y_{\beta}=1$.

16.9. Червячные передачи

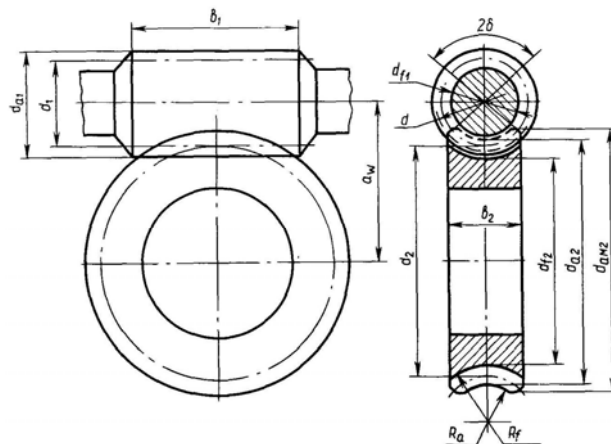


Рис. 16.7. Схема червячной передачи

Червячные передачи являются разновидностью передач с зацеплением и одним из вариантов винтовой зубчатой передачи (Рис. 16.7).

Здесь роль шестерни выполняет червяк, движение передается по принципу винтовой пары. *Классификация червячных передач:* 1) По числу заходов червяка – 1, 2-х и многозаходные (до 4-х). 2) По направлению – левая и правая резьба, 3) По расположению червяка относительно червячного колеса: с нижним, верхним, боковым расположением. 4) По форме нарезаемой части червяка – с цилиндрическим или глобоидным червяком (Рис. 16.7), 5) По форме профиля резьбы: цилиндрические, эвольвентные, конволютные и др.

В глобоидной передаче число зубьев червяка и колеса находящихся в зацеплении больше, поэтому ее несущая способность в 1,5-4 раза выше чем у цилиндрических, но она требует высокой точности изготовления.

Преимущества червячных передач: большое передаточное число, плавность и бесшумность работы, компактность и сравнительно малая материалоемкость, способность самоторможения.

Недостатки: низкий КПД = 0,7-0,8, ограниченность передаваемой мощности из-за склонности к заеданию (до 200 кВт), необходимость отвода тепла из-за нагрева червяка и колеса, дороговизна материалов венцов червячного колеса.

16.10. Геометрические параметры червячной передачи

1) Основные размеры червяка:

$$\text{делительный диаметр} \quad d_1 = q \, m, \quad (16.12)$$

$$\text{начальный диаметр} \quad d_{w1} = m (q + 2x) \quad (16.13)$$

$$\text{диаметр вершин витков} \quad d_{a1} = d_1 + 2m, \quad (16.14)$$

$$\text{диаметр впадин витков} \quad d_{f1} = d_1 - 2.4m, \quad (16.15)$$

2) Основные размеры венца червячного колеса:

$$\text{делительный диаметр} \quad d_2 = d_{w2} = m z_2, \quad (16.16)$$

$$\text{диаметр вершин зубьев} \quad d_{a2} = d_2 + 2m(1+x), \quad (16.17)$$

$$\text{диаметр впадин зубьев} \quad d_{f2} = d_2 - 2m(1.2-x). \quad (16.18)$$

16.11. Силы, действующие в червячном зацеплении

В червячном зацеплении действуют (Рис. 16.8):

1) окружная сила червяка F_{t1} , равна осевой силе колеса F_{a2} :

$$F_{t1} = F_{a2} = 2T_1 / d_1, \quad (16.19)$$

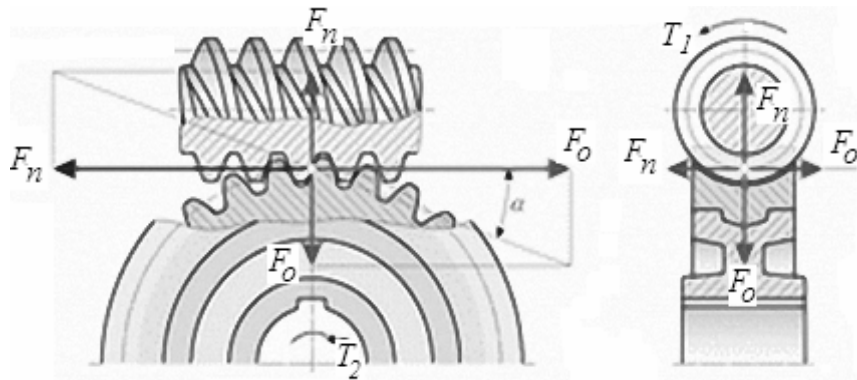


Рис. 16.8. Силы, действующие в червячном зацеплении

2) Окружная сила колеса F_{t2} , равная осевой силе червяка F_{a1} :

$$F_{t2} = F_{a1} = 2T_2 / d_2, \quad (16.20)$$

3) Радиальная сила:

$$F_r = F_{t2} \tan \alpha. \quad (16.21)$$

где α – угол зацепления червячной пары.

16.12. Расчет на прочность

1) По контактным напряжениям зубьев колеса σ_H , Н/мм²

$$\sigma_H = 340 \sqrt{K \frac{F_{t2}}{d_1 d_2}} \leq [\sigma]_H, \quad (16.22)$$

где F_t – окружная сила на колесе, Н;

K – коэффициент нагрузки.

Принимается в зависимости от значения окружной скорости колеса.

2) По напряжениям изгиба зубьев колеса σ_F , Н/мм²:

$$\sigma_F = 0.7 Y_{F2} \frac{F_{t2}}{b_2 m} K \leq [\sigma]_F. \quad (16.23)$$

где Y_{F2} – коэффициент формы зуба, (определяется в зависимости от эквивалентного числа зубьев колеса);

b_2 – ширина венца колеса.

16.13. Материалы червяков и червячных колес

Червяки силовых передач изготавливают из углеродистых и легированных сталей – Ст.35, Ст.40, Ст.40Х, Ст.40ХН и подвергают закалке или Ст.12ХН2 – которая подвергается цементации.

Червячные колеса – при высокой скорости зацепления венцы изготавливают из бронзы: БрОФ10, БрОФН. При скорости зацепления менее 6 м/с из менее дорогой БрАЖ9.

Вопросы для самоконтроля

1. Классификация зубчатых передач.
2. Эвольвентное зацепление.
3. Геометрические параметры зубчатых передач.
4. Геометрические параметры зубчатых колес.
5. Силы действующие в зубчатой передаче.
6. Виды разрушения зубьев.
7. Червячные передачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Филатов, Ю.Е. Введение в механику материалов и конструкций [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93704>. — Загл. с экрана.
2. Андреев, В.И. Детали машин и основы конструирования. Курсовое проектирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Андреев, И.В. Павлова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12953>. — Загл. с экрана.

Дополнительная

1. Скотников Д.А., Детали машин: учебное пособие / Д.А. Скотников, А.В. Анисимов, Д.А. Заруцкий - ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ» - Саратов:, ООО Издательский Центр «Наука», 2010. – 112 с. - Б. ц.
2. Гулиа, Н.В. Детали машин [Электронный ресурс] : учеб. / Н.В. Гулиа, В.Г. Клоков, С.А. Юрков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5705>. — Загл. с экрана.

ВАЛЫ, ОСИ, МУФТЫ, ПОДШИПНИКИ, ПРУЖИНЫ.**17.1. Классификация валов**

Оси и валы – служат для поддержания вращения деталей передач. Оси могут быть подвижными и неподвижными. Валы наряду с поддержанием вращения выполняют еще функцию передачи крутящего момента.

1) *По назначению*: валы передач и коренные валы; 2) *По форме*: прямые, коленчатые (в), гибкие (г), 3) *По конструкции* – гладкие (а) и ступенчатые (б), сплошные и полые (Рис. 17.1).

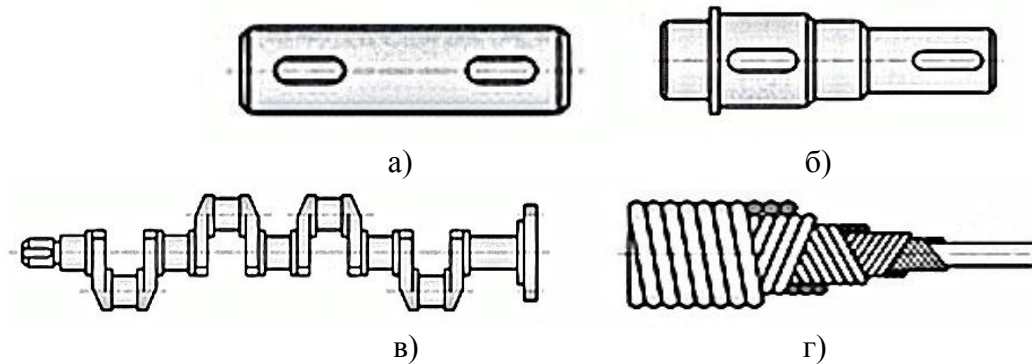


Рис. 17.1. Виды валов

Участки осей и валов, которыми они опираются на подшипники при восприятии радиальных нагрузок, называют *цапфами*, а при восприятии осевых нагрузок называют *пятями*. Пяты могут быть круглыми, кольцевыми, гребенчатыми, а также концевыми (а) и кольцевыми (б) (Рис. 17.2).

Концевые цапфы, работающие в подшипниках скольжения называют *шилами*, а цапфы расположенные на некотором расстоянии от концов вала называют *шейками*. Цапфы осей и валов могут быть цилиндрическими и сферическими.

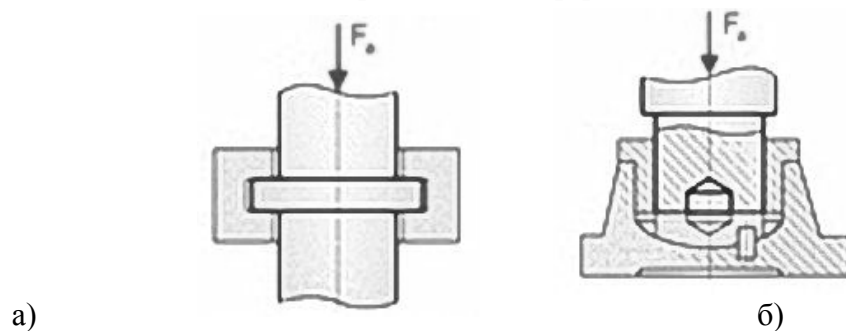


Рис. 17.2. Концевая (а) и кольцевая (б) пяты

Плавный переход одной ступени вала к другой называется *галтелью* (Рис. 17.3). Галтели могут быть постоянного радиуса (а) и переменного радиуса (б).

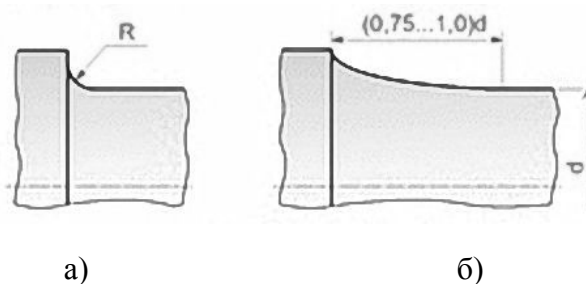


Рис. 17.3. Схемы галтелей

Детали на валах фиксируются следующими способами:

1) Посадкой с натягом (за счет разности размеров отверстия и вала) (а); 2) Упором в бурт (б); 3) Упором в бурт в сочетании с гайкой (в); 4) Пружинными кольцами (г); 5) Штифтовым соединением (д); 6) Стопорным винтом (е) (Рис. 18.4).

Фаски служат для облегчения установки деталей на валу и притупления острых кромок.

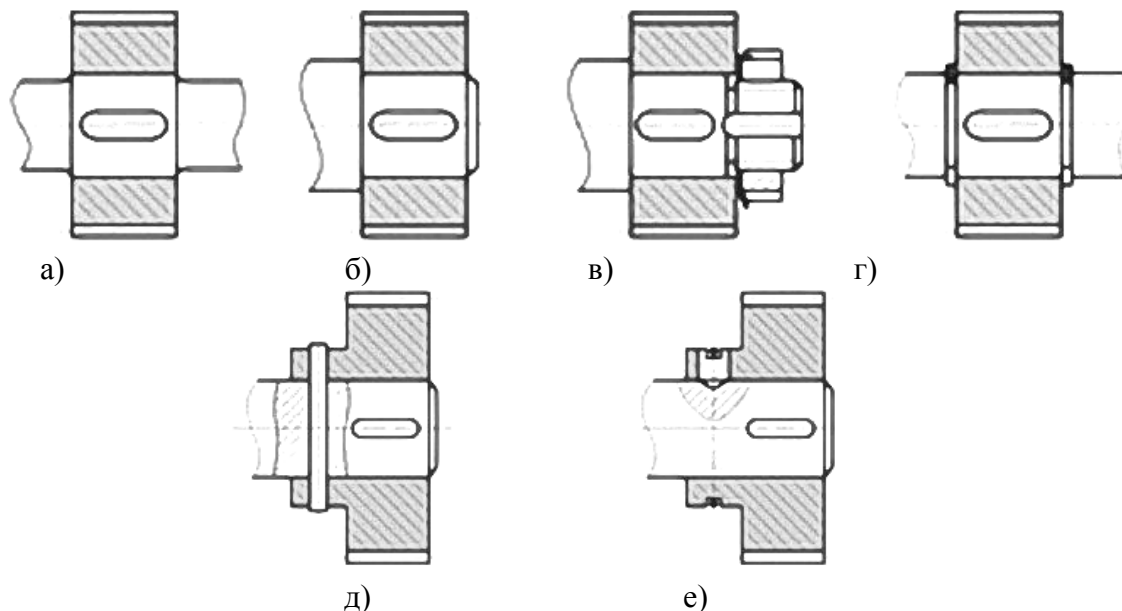


Рис. 17.4. Осовое фиксирование деталей на валах.

17.2. Материалы осей и валов

Марка сталей	Область применения
Стали обыкновенного качества Ст.5, Ст.6 по ГОСТ 380-94	Малонагруженные оси и валы без термообработки
Малоуглеродистые конструкционные стали: - качественные 15, 20 по ГОСТ 1050-88 - легированные 15X, 20X, 18XГТ и др. по ГОСТ 4543-71	Валы и оси при требовании высокой износостойкости: - опоры скольжения - вал-шестерня
Среднеуглеродистые конструкционные стали: - качественные 40, 45 и др. по ГОСТ 1050-88 - легированные 35X, 40X, 40XH и др. по ГОСТ 4543-71	Высоконагруженные валы и оси

17.3. Расчет осей и валов

Основные критерии работоспособности: прочность и жесткость. Неподвижные оси рассчитывают на статическую прочность, вращающиеся оси и валы рассчитывают на статическую прочность и сопротивление усталости.

Расчет на статическую прочность при изгибе

Уравнение прочности будет иметь вид:

$$\sigma_u = \frac{M_u}{0,1d^3} \leq [\sigma_b], \quad (17.1)$$

$$M_u = Fl, \quad (17.2)$$

$0.1d^3 = W_x$ - осевой момент сопротивления

Расчет валов работающих на кручение

В этом случае уравнение прочности будет иметь вид:

$$\tau_k = \frac{T}{0.2d^3} \leq [\tau_k], \quad (17.3)$$

где $[\tau_k]$, τ_k – допускаемое и расчетное напряжение кручения,

T – крутящий момент,

Диаметр вала в опасном сечении:

$$d = \sqrt[3]{\frac{5T}{[\tau_k]}}. \quad (17.4)$$

17.4. Подшипники

Подшипники воспринимают осевые и радиальные нагрузки и сохраняют заданное положение оси вала.

Требования предъявляемые к подшипникам: 1) Минимальные потери на трение, 2) По возможности меньшие габариты и низкая стоимость, 3) Высокая долговечность.

Различают 2 основных типа подшипников по виду трения: подшипники *скольжения* – в которых опорный участок вала скользит по поверхности подшипника и подшипники *качения* – в которых трение скольжения заменено на трение качения. Основное конструктивное отличие подшипников качения – наличие тел качения между опорными поверхностями.

17.5. Подшипники скольжения

Основным конструктивным элементом подшипников скольжения является вкладыш 2 расположенный в корпусе 1 с тонким слоем антифрикционного материала, поступающего из пресс-масленки 3 через выточку для подачи масла 4, на опорной поверхности (Рис.17.1).

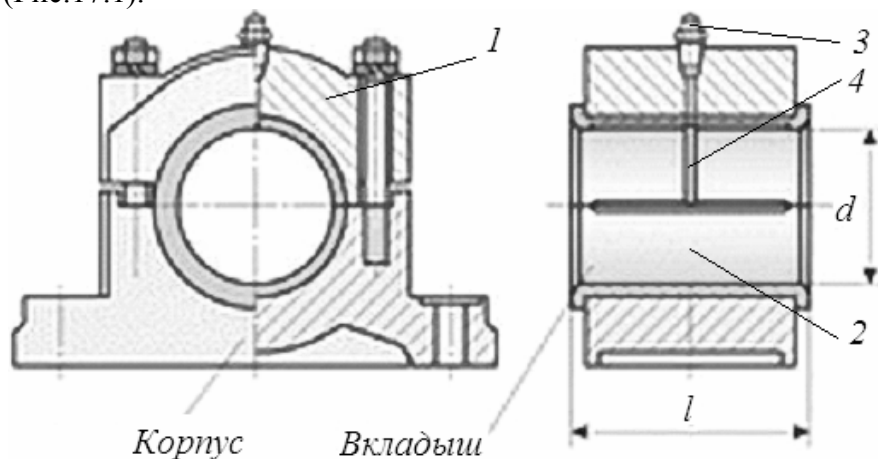


Рис.17.5. Подшипник скольжения

В зависимости от вида воспринимаемой нагрузки подшипники скольжения могут быть радиальными и упорными (подпятки).

17.6. Расчет подшипников скольжения по среднему давлению

$$\delta = \frac{F_r}{dl} \leq [p], \quad (17.5)$$

где F_r – радиальная нагрузка подшипника (Рис. 17.6),
 d – диаметр цапфы вала,
 l – длина цапфы, (м).

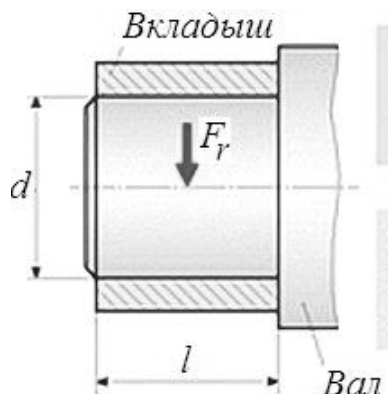


Рис. 17.6. Нагрузка на подшипник скольжения

17.7. Режимы трения в подшипниках скольжения

В зависимости от толщины масляного слоя подшипник работает в режиме жидкостного, полужидкостного, полусухого и сухого трения.

Характеристика режимов трения подшипников скольжения: *сухое трение* – имеет место в подшипниках без смазочного материала; *полусухое* – имеет место при недостаточной смазке; *полужидкостное* – при постоянной подаче масла и увеличенных угловых скоростях вала; *жидкостное трение* – при определенной угловой скорости, при этом вал отходит от поверхности подшипника (всплывает), т.е. контакт поверхностей практически отсутствует.

Смазочные материалы: 1) Жидкие масла, 2) консистентные смазки – солидол, литол, 3) Твердые смазочные материалы – графитовая смазка.

Способы смазки: 1) Централизованное – под давлением или самотеком,
2) Индивидуальное.

17.8. Материалы подшипников скольжения

Вкладыши подшипников скольжения изготавливают из: 1) бронзы; 2) чугуна; 3) баббита – сплав на основе олова, является одним из лучших материалов для подшипников скольжения. 4) неметаллических материалов – пластмассы и металлокерамика.

Преимущества: хорошо прирабатывается, не окисляет масло, мало изнашивает вал. *Недостатки:* хрупкость и высокая стоимость. В связи с этим им заливают только рабочую поверхность вкладыша от 1 до 10 мм;

17.9. Подшипники качения

Подшипники, работающие по принципу трения качения называют подшипниками качения, они имеют тела качения. Конструкция подшипников качения позволяет изготавливать их в массовых количествах как стандартную продукцию, что снижает их стоимость.

17.10. Классификация подшипников качения

По направлению воспринимаемой нагрузки – на радиальные, упорные и радиально-упорные; по форме тел качения – шариковые (а), роликовые (б, в), игольчатые (г), витые (д), конические (е, з), бочкообразные (ж) (Рис. 17.3); по количеству рядов тел качения – одно, двух рядные, по нагрузочной способности подшипники разделяют на пять серий диаметров: сверхлегкую, особолегкую, легкую, среднюю и тяжелую.

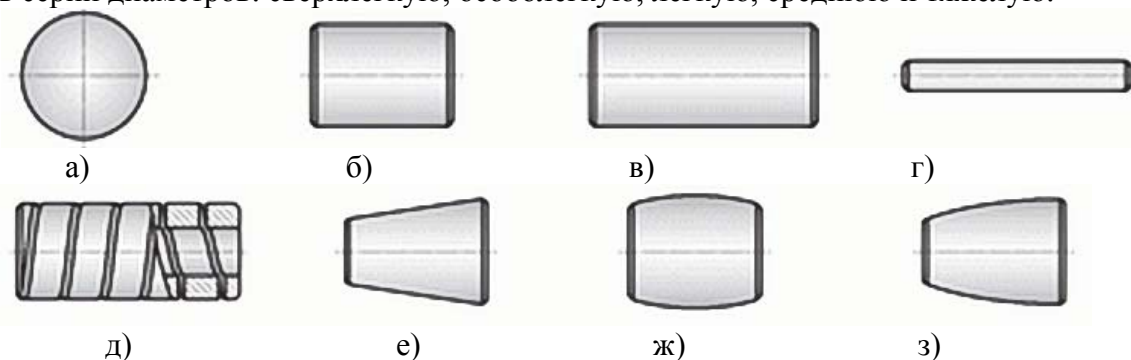


Рис. 17.7. Тела качения

Все подшипники качения изготавливают из высокопрочных специальных подшипниковых сталей (высокоуглеродистых, легированных).

17.11. Устройство подшипника качения

В большинстве случаев подшипник качения состоит из наружного (1) и внутреннего (2) колец с дорожками качения, тел качения (3) и сепаратора (4), удерживающего тела качения на определенном расстоянии друг от друга (Рис. 17.8). В некоторых случаях одно или оба кольца могут отсутствовать, тогда тела качения перемещаются непосредственно по дорожкам качения вала или корпуса.

Большое влияние на работоспособность подшипника оказывает качество сепаратора. В подшипниках без сепаратора тела качения набегают друг на друга. При этом кроме трения качения, возникает трение скольжения, увеличиваются потери и износ подшипника. Установка сепаратора значительно уменьшает потери на трение, т.к. сепаратор является свободно плавающим и вращающимся элементом. Их изготавливают из стали, латуни, бронзы или пластмассы.

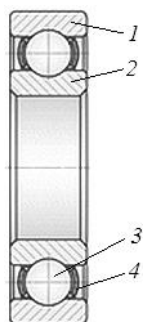


Рис. 17.8. Схема подшипника качения

Для смазки подшипников применяются пластичные смазки и жидкие масла. Жидкие смазки более эффективны, т.к. они кроме своей главной функции – уменьшение потерь на трение еще и охлаждают подшипник.

17.12. Виды разрушений подшипников качения

- 1) Усталостное выкрашивание – наблюдается у подшипников после длительного времени их работы в нормальных условиях.
- 2) Износ колец (дорожек качения) – наблюдается при недостаточной защите от пыли и грязи.
- 3) Разрушение сепараторов – одна из главных причин выхода из строя быстроходных подшипников качения.
- 4) Раскалывание колец и тел качения – связано с ударными и вибрационными перегрузками, неправильным монтажом.

5) Остаточные деформации – на беговых дорожках в виде лунок, наблюдается у тяжелонагруженных подшипников.

17.13. Подбор подшипников качения

Стандартом ограничено число типов и размеров подшипников. Это позволило рассчитать и экспериментально установить грузоподъемность каждого типоразмера подшипников.

При проектировании машин подшипники качения не конструируют и не рассчитывают, а подбирают из числа стандартных по условным методикам.

Различают подбор подшипников: 1) по статической грузоподъемности при частоте вращения $n \leq 1$ об/мин., он выполняется по условию:

$$P_0 \leq C_0, \quad (17.6)$$

где P_0 – расчетная эквивалентная статическая нагрузка, Н,

C_0 – статическая грузоподъемность стандартных подшипников, выбирается из таблиц.

2) по динамической грузоподъемности при $n > 1$ об/мин., он выполняется по условию:

$$C_p \leq C_{ном}. \quad (17.7)$$

где C_p и $C_{ном}$ – соответственно расчетная и номинальная грузоподъемность подшипника.

Номинальная динамическая грузоподъемность для радиальных и радиально-упорных подшипников есть такая постоянная радиальная нагрузка, которую подшипник может выдержать в течение номинального срока службы, исчисляемого в один миллион оборотов внутреннего кольца без появления признаков усталости материала любого кольца или тела качения.

17.14. Муфты

Муфтами в технике называют устройства, которые служат для кинематической и силовой связи отдельных частей машины.

Муфты используются для: 1) Соединение валов, 2) Включения и выключения исполнительного механизма при непрерывно работающем двигателе (управляемые муфты). 3) Для предохранения машины от перегрузки (предохранительные муфты), 4) Для компенсации вредного влияния несоосности валов, связанной с неточностью монтажа (компенсирующие муфты). 5) Для уменьшения динамических нагрузок (упругие муфты) и др.



Рис. 17.9. Классификация механических муфт.

В курсе деталей машин мы будем изучать только механические муфты.

В общем случае муфта состоит из ведущей и ведомой полумуфт, и соединительных элементов. В с/х машиностроении наиболее распространены следующие виды муфт – глухие, упругие, предохранительные и компенсирующие.

Муфты глухие – образуют жесткое и неподвижное соединение валов. Примеры – втулочная и фланцевая.

Муфты упругие – служат для компенсации рывков и ударов, возникающих при пуске и остановке машины, а также при периодическом изменении нагрузки, к ним относятся: упругая со звёздочкой, упругая втулочно-пальцевая.

Муфты предохранительные – служат для предохранения машины от перегрузки и заклинивания, к ним относятся: обгонная роликовая, предохранительная со срезным штифтом.

Муфты компенсирующие – служат для компенсации несоосности валов, связанной с неточностью монтажа, а также для соединения валов расположенных под углом к друг другу, к ним относятся: зубчатая муфта, шарнирная компенсирующая муфта.

17.15. Выбор муфт

Основной характеристикой для выбора муфты является номинальный вращающий момент T (Н·м) установленный стандартом. Муфты выбирают по большему диаметру концов соединяемых валов и расчетному моменту T_p , который должен быть в пределах номинального:

$$T_p = K_p T \leq T_{ном} . \quad (17.8)$$

где K_p – коэффициент режима нагрузки,

T – вращающий момент на соответствующем валу редуктора,

$T_{ном}$ – номинальный момент муфты (выбирается из таблиц).

Вопросы для самоконтроля

1. Классификация валов.
2. Подшипники скольжения.
3. Классификация подшипников качения.
Устройство подшипников качения.
4. Классификация муфт.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Филатов, Ю.Е. Введение в механику материалов и конструкций [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93704>. — Загл. с экрана.
2. Андреев, В.И. Детали машин и основы конструирования. Курсовое проектирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Андреев, И.В. Павлова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12953>. — Загл. с экрана.

Дополнительная

1. Скотников Д.А., Детали машин: учебное пособие / Д.А. Скотников, А.В. Анисимов, Д.А. Заруцкий - ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ» - Саратов:, ООО Издательский Центр «Наука», 2010. – 112 с. - Б. ц.
2. Гулиа, Н.В. Детали машин [Электронный ресурс] : учеб. / Н.В. Гулиа, В.Г. Клоков, С.А. Юрков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5705>. — Загл. с экрана.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Филатов, Ю.Е. Введение в механику материалов и конструкций [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93704>. — Загл. с экрана.
2. Андреев, В.И. Детали машин и основы конструирования. Курсовое проектирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Андреев, И.В. Павлова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12953>. — Загл. с экрана.
3. Скотников Д.А., Детали машин: учебное пособие / Д.А. Скотников, А.В. Анисимов, Д.А. Заруцкий - ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ» - Саратов:, ООО Издательский Центр «Наука», 2010. – 112 с. - Б. ц.
4. Гулиа, Н.В. Детали машин [Электронный ресурс] : учеб. / Н.В. Гулиа, В.Г. Клоков, С.А. Юрков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5705>. — Загл. с экрана.

СОДЕРЖАНИЕ

Лекция 1	4
СИЛЫ. СИСТЕМА СИЛ	4
1.1. Понятия и определения. Аксиомы статики	4
1.2. Связи	6
1.3. Основные виды связей и их реакции	6
1.4. Плоская система сходящихся сил	8
1.5. Проекция силы на координатную ось	9
1.6. Момент силы относительно точки (центра)	9
Вопросы для самоконтроля	9
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	10
Лекция 2	11
ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ	11
2.1. Условия равновесия произвольной плоской системы сил	11
2.2. Пара сил	11
2.3. Условие равновесия произвольной плоской системы сил	12
2.4. Система параллельных сил	13
2.5. Трение	15
Вопросы для самоконтроля	17
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	17
Лекция 3	19
СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ДВИЖЕНИЯ	19
3.1. Векторный способ задания движения	19
3.2. Естественный способ задания движения	21
3.3. Движение материальных тел	23
Вопросы для самоконтроля	28
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	28
Лекция 4	30
СКОРОСТИ. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ.	30
4.1. Теорема о проекциях скоростей двух точек тела	30
4.2. Мгновенный центр скоростей	30
4.3. Сложное движение точки	32
Вопросы для самоконтроля	33
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	33
Лекция 5	35
АКСИОМЫ ДИНАМИКИ. КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ	35
5.1. Аксиомы динамики	35
5.2. Уравнения движения точки в декартовой системе координат	36
5.3. Одномерное движение	36
5.4. Уравнения материальной точки в естественной системе координат	37
5.5. Колебательное движение материальной точки	37
5.6. Кинетическая энергия механической системы	39
Вопросы для самоконтроля	40
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	40
Лекция 6	42

РАБОТА И МОЩНОСТЬ	42
6.1. Работа	42
6.2. Принцип Д'Аламбера	44
6.3. Количество движения механической системы	45
6.4. Момент количества движения механической системы	45
6.5. Принцип возможных перемещений	46
Вопросы для самоконтроля	47
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	47
Лекция 7	49
ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ПРОЧНОСТИ	49
7.1. Основные допущения и гипотезы.	49
7.2. Модели прочностной надежности.	50
7.3. Модели разрушения	52
7.4. Основные виды деформации	53
7.5. Внутренние силы. Метод сечений	53
7.6. Виды сопротивлений	55
7.7. Напряжения и деформации	55
Вопросы для самоконтроля	57
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	57
Лекция 8	58
РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ	58
8.1. Продольная деформация	58
8.2. Поперечная деформация	58
8.3. Закон Гука	59
8.4. Диаграммы растяжения	59
8.5. Основы прочностных расчетов элементов конструкций	61
Вопросы для самоконтроля	62
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	62
Лекция 9	63
СДВИГ. КРУЧЕНИЕ. ИЗГИБ	63
9.1. Чистый сдвиг. Закон Гука при сдвиге	63
9.2. Расчет на сдвиг (срез)	63
9.3. Общие сведения о деформации кручения	64
9.4. Напряжение и деформация при кручении	66
9.5. Расчет на жесткость и прочность при кручении	67
9.6. Общие сведения	67
9.7 Понятие об изгибающем моменте и поперечной силе	67
9.8. Правило знаков	68
9.9. Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов	69
9.9. Осевой момент инерции	69
9.10 Линейные и угловые перемещения при изгибе.	70
Вопросы для самоконтроля	72
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	72
Лекция 10	74
СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ	74
10.1. Косой изгиб	74
10.2. Главные площадки и главные напряжения	75
10.3. Тензор напряжений	75
10.4. Теории прочности	76

Вопросы для самоконтроля	78
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	78
Лекция 11	80
ИЗГИБ С РАСТЯЖЕНИЕМ-СЖАТИЕМ И С КРУЧЕНИЕМ. УСТОЙЧИВОСТЬ	
СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ. УСТАЛОСТНОЕ РАЗРУШЕНИЕ.	80
11.1. Изгиб с растяжением-сжатием	80
11.2. Изгиб с кручением	81
11.3. Устойчивость сжатых стержней	81
11.4. Усталостное разрушение	83
Вопросы для самоконтроля	84
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	84
Лекция 12	85
ТРЕБОВАНИЯ К МАШИНАМ. НЕРАЗЪЕМНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ.	85
12.1. Основные понятия	85
12.2. Критерии работоспособности деталей	85
12.3. Выбор допускаемых напряжений	86
12.4. Сварные соединения	86
12.5. Соединения с гарантированным натягом	89
12.6. Клеевые соединения	90
12.7. Соединения пайкой	90
12.8. Клепаные соединения	90
Вопросы для самоконтроля	91
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	91
Лекция 13	92
РАЗЪЕМНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ	92
13.1. Резьбовые соединения	92
13.2. Шпоночные соединения	93
13.3. Шлицевые соединения	94
13.4. Клиновые, штифтовые и профильные соединения	95
Вопросы для самоконтроля	96
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	96
Лекция 14	97
КОНСТРУКЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ. ТЕРМИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА.	97
14.1. Основные конструкционные материалы	97
14.2. Классификация конструкционных материалов	97
14.3. Термическая обработка	98
14.4. Виды термических обработок	98
14.5. Химико-термическая обработка	98
14.6. Кинематические пары и цепи	99
Вопросы для самоконтроля	99
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	99
Лекция 15	101
ПЕРЕДАЧИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ	101
15.1. Кинематические и силовые параметры передач	101
15.2. Передаточное отношение и КПД механизма	101
15.3. Ременные передачи	102
15.4. Расчет и проектирование ременных передач	103
15.5. Силовые взаимодействия в ременной передаче	104

15.6. Цепные передачи	106
15.7. Расчет цепной передачи	106
Вопросы для самоконтроля	107
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	108
Лекция 16	109
ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ	109
16.1. Классификация зубчатых передач	109
16.2. Геометрия эвольвентного зубчатого зацепления	109
16.3. Основные геометрические параметры зубчатой передачи	110
16.4. Элементы конструкции зубчатого колеса	111
16.5. Материалы зубчатого колеса	111
16.6. Силы, действующие зацеплении прямозубой цилиндрической передачи ...	112
16.7. Виды разрушения зубьев	112
16.8. Расчеты на прочность	112
16.9. Червячные передачи	113
16.10. Геометрические параметры червячной передачи	114
16.11. Силы, действующие в червячном зацеплении	114
16.12. Расчет на прочность	114
16.13. Материалы червяков и червячных колес	115
Вопросы для самоконтроля	115
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	115
Лекция 17	116
ВАЛЫ, ОСИ, МУФТЫ, ПОДШИПНИКИ, ПРУЖИНЫ.	116
17.1. Классификация валов	116
17.2. Материалы осей и валов	117
17.3. Расчет осей и валов	117
17.4. Подшипники	118
17.5. Подшипники скольжения	118
17.6. Расчет подшипников скольжения по среднему давлению	119
17.7. Режимы трения в подшипниках скольжения	119
17.8. Материалы подшипников скольжения	119
17.9. Подшипники качения	119
17.10. Классификация подшипников качения	119
17.11. Устройство подшипника качения	120
17.12. Виды разрушений подшипников качения	120
17.13. Подбор подшипников качения	121
17.14. Муфты	121
17.15. Выбор муфт	122
Вопросы для самоконтроля	122
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	122
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	124
СОДЕРЖАНИЕ	125